

### 第三節 五年級數學標準參照測驗結果與討論

#### 一、數學解題思考認知層次結構

本研究在發展國小五年級數學標準參照測驗時，主要以 83 學年度國民小學五年級數學教科書為依據，依教材內容及認知層次擬定命題計劃，再參閱相關之國內外測驗及文獻編擬試題，表 5.23則為五年級數學認知層次結構，表5.24至表5.28為五式測驗之雙向細目表。

表5.23 五年級數學解題思考認知層次結構

---

##### 層次二：

- 1.能判讀統計圖表的資料(如:長短、多寡)。
  - 2.能處理同分母分數的問題(如比較大小、加減)。
  - 3.能利用所需時間的長短來判定速度的快慢。
  - 4.能判讀統計圖或依據所提供的相關資料判斷圖表的正確性。
- 

##### 層次三：

- 1.能適切引用圖表資料進行加減計算的解題。
  - 2.能由題目的文字敘述判斷解題目標。
  - 3.針對兩步驟乘除問題能進行列式和必要的運算。
  - 4.能依算式找出適切配合的問題類型，並能依解題方法進行題目分類。
  - 5.能辨識分數的種類，並進行不同分母分數加減的計算。
  - 6.知道數線"以上、以下"及"未滿、超過"的表示法。
  - 7.明白體積與容積的關係。
  - 8.知道速率的定義及必要條件。
  - 9.明白垂直與平行的意義，並進行四邊形的分類。
- 

##### 層次四：

- 1.能進行兩種以上不同測量單位的比較。
  - 2.能運用乘法的結合率進行合成及分解的計算。
  - 3.能依據題意進行二步驟問題的列式或部份列式訂正。
  - 4.能運用歸納法解題。
  - 5.能處理乘數、除數是小數的小數乘除問題。
  - 6.明白時間的間隔問題並能進行估計。
  - 7.了解百分率的定義。
  - 8.能明白特定質數(如11、2、3等)的倍數規律。
  - 9.了解平均數和眾數的意義。
- 

##### 層次五：

- 1.能綜合比較二到三個步驟四則運算所得的結果。
  - 2.能運用符號來代表未知數進行列式或錯誤算式的修訂。
  - 3.能進行分數的約分、擴分、及通分等運作。
  - 4.知道百分數的意義及用途。
  - 5.明白小數中位數的數量關係。
  - 6.能解決數線重疊的問題。
  - 7.能運用面積公式估計不規則面積、或圖形變化的結果。
  - 8.知道三角形成立的基本條件。
  - 9.能解決角度的旋轉問題。
  - 10.明白圓周長與直徑的關係。
  - 11.能比較不同形式(如小數、分數)時間表徵的長短。
  - 12.能處理平均數及加權平均數的問題。
  - 13.明白因數及倍數的基本定義。
-

層次六：

1. 了解等腰三角形、正三角形的特性。
2. 認識最大公因數及最小公倍數的符號並能解決相關的問題。
3. 能運用符號代表未知數進行列式並以逆算方法解題。
4. 能解間隔與距離（如植樹問題）的問題。
5. 能解百分率的問題。
6. 能解多重步驟的時間問題。
7. 能運用正確公式求出平行四邊形、三角形、梯形及圓形的面積。
8. 認識圓周率的意義並能以圓周率進行實測及估計。
9. 能應用速率的定義解題。
10. 能判別點對稱與線對稱的圖形

表5.24 五年級數學標準參照測驗甲式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 整數的概念		1				1
2. 乘與除		2	1			3
3. 四則運算				1		1
4. 因數、倍數				1		1
5. 解題策略	1				1	2
二、分數	2				1	3
三、小數			1			1
<b>貳、測量</b>						
一、長度			1	1		2
二、時間			3			3
三、面積				1		1
四、體積	1					1
五、速度	1					1
<b>參、圖形空間</b>						
一、平面圖形				1	1	2
<b>肆、統計圖表</b>	1	2				3
<b>總題數</b>	1	10	6	5	3	25

表5.25 五年級數學標準參照測驗乙式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 整數的概念		1				1
2. 乘與除		2				2
3. 因數、倍數					3	3
4. 解題策略			1			1
二、分數		1		1	1	3
三、小數			2	1		3
<b>貳、測量</b>						
一、時間	1		2			3
二、面積				2		2
三、體積		1				1
四、速度		1			1	2
<b>參、圖形空間</b>						
一、平面圖形					1	1
<b>肆、統計圖表</b>	1	1	1			3
<b>總題數</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>25</b>

表5.26 五年級數學標準參照測驗丙式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 乘與除				1		1
2. 四則運算			1	1		2
3. 解題策略			1	2	1	4
4. 比、比值、比例			1		1	2
二、分數		1			1	2
三、小數			2	1	1	4
<b>貳、測量</b>						
一、時間				1	1	2
二、面積				1	1	2
三、速度				1	1	2
四、角度				2		2
<b>肆、統計圖表</b>	1	1				2
<b>總題數</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>25</b>

表5.27 五年級數學標準參照測驗丁式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 整數的概念		1				1
2. 乘與除		2				2
3. 四則運算				1		1
4. 因數、倍數					1	1
5. 解題策略		1				1
二、分數	1	1				3
三、小數			2		1	3
<b>貳、測量</b>						
一、長度						
			1			1
二、時間						
			2			2
三、面積						
				1		1
四、體積						
		1				1
五、速度						
		1				1
<b>參、圖形空間</b>						
一、平面圖形						
				1	2	3
<b>肆、統計圖表</b>						
	1	2				3
總題數	2	9	5	3	5	24

表5.28 五年級數學標準參照測驗戊式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 整數的概念		1				1
2. 乘與除		2				2
3. 四則運算			1			1
4. 因數、倍數			1		2	3
5. 解題策略			1			1
6. 比、比值、比例					1	1
二、分數	1			1	1	3
三、小數			2	1		3
<b>貳、測量</b>						
一、長度						
				1		1
二、時間						
			1			1
三、面積						
				2		2
四、體積						
		1				1
五、速度						
		1		1		2
<b>參、圖形空間</b>						
一、平面圖形						
		2				2
<b>肆、統計圖表</b>						
	1					1
總題數	1	8	6	6	4	25

## 二、五年級數學標準參照測驗題庫結構

### (一)傳統題目參數及測驗信度

表5.29及表5.30呈現傳統項目分析結果摘要，就五式測驗而言，題目平均答對概率 P 值分別為 .64、.57、.52、.61 和 .60，信度為 .85、.80、.85、.81 和 .84。就二系列相關( $r_{bis}$ )鑑別指數而言，皆達0.55以上，逐題分析資料請參閱附錄2-7至2-11。

表5.29 國小五年級數學標準參照測驗傳統題目分析摘要表

		平均數	標準差	中數	最大值	最小值	人數	題數
甲式	答對率(p)	.64	.12	.66	.90	.43	877	25
	二系列相關( $r_{bis}$ )	.62	.14	.64	.82	.30		
乙式	答對率(p)	.57	.18	.58	.93	.26	853	25
	二系列相關( $r_{bis}$ )	.55	.15	.55	.79	.21		
丙式	答對率(p)	.52	.13	.52	.86	.27	703	25
	二系列相關( $r_{bis}$ )	.59	.09	.61	.80	.39		
丁式	答對率(p)	.61	.17	.64	.92	.23	1214	24
	二系列相關( $r_{bis}$ )	.58	.13	.59	.83	.26		
戊式	答對率(p)	.60	.13	.59	.85	.37	1065	25
	二系列相關( $r_{bis}$ )	.59	.10	.60	.79	.42		

表5.30 五年級甲、乙、丙、丁、戊五式傳統測驗分析描述統計

統計數	甲式	乙式	丙式	丁式	戊式
題數	25	25	25	24	25
平均數	16.03	14.24	12.88	14.68	14.92
標準差	5.41	4.82	5.62	4.76	5.39
Cronbach $\alpha$ 係數	0.85	0.80	0.85	0.81	0.84
測量標準誤	2.11	2.15	2.19	2.06	2.15

### (二)因素分析

依 Reckase (1979) 建議測驗向度評鑑標準，最大特徵值可解釋之變異比率達 20%，第一與第二特徵值之比值達 4，即大致符合單向度假定。附錄 4-3 中，各題在第一因素的負荷量及前二因素之特徵值來看，最大特徵值可解釋之變異比率五式分別為 23.09%、18.92%、22.05%、20.24% 和 21.47%，而前二特徵值之比分別為 4.28、2.96、4.20、3.60 和 4.30，除了乙式比值較低外，其他大致接近單向度的基本規範。

### (三) 題目反應理論模式分析

數學科標準參照測驗五年級部份具有甲、乙、丙、丁、戊五式測驗，同年級各測驗均有 3 至 10 題共同試題，將所有的資料併成一個檔案，然後以 ASCAL 軟體進行同時估計，獲得所有題目在同一量尺的參數估計值。題目參數量尺化，利於使用者依不同測驗目的選擇不同的題目重新編組測驗。

本研究採用共同試題同時估計設計，以 ASCAL 軟體進行三參數 logistic 模式估計題目參數，表 5.31 呈現其題目 IRT 參數分析摘要。五式平均鑑別度分別為 1.28、1.27、1.06、1.22 和 1.37，平均難度為 -.03、.19、.61、-.03 和 .08。逐題參數中最大卡方值僅達 79.27 (參閱附錄3-3)，大致符合三參數理論模式。就整個題庫而言，共有試題 71 題，平均鑑別度頗佳 (1.22)，難度對中等程度考生而言略偏困難 (0.28)。

表5.31 五年級 IRT 題目分析摘要表

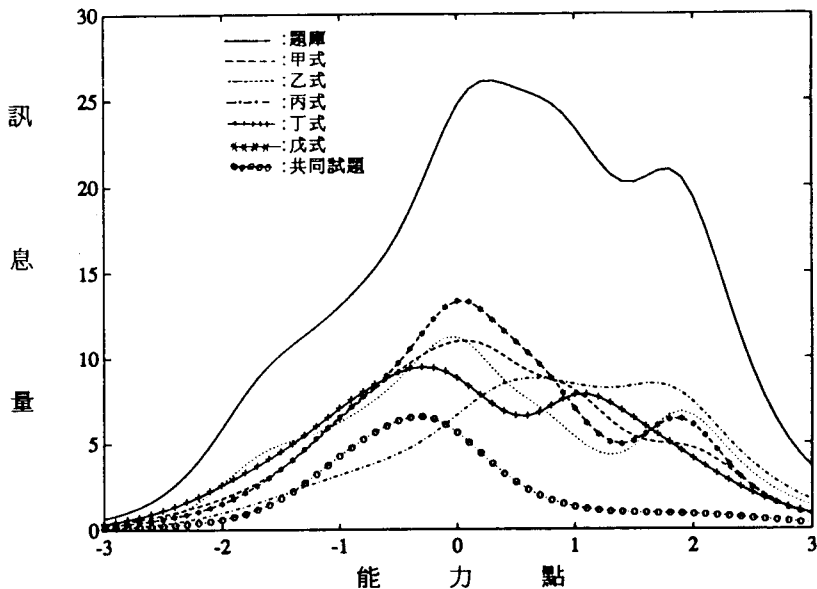
		平均數	標準差	中數	最大值	最小值
甲式	鑑別度(a)	1.28	.57	1.18	2.48	.44
	難度(b)	-.03	.93	-.16	2.00	-1.77
	猜對率(c)	.20	.10	.20	.37	.03
乙式	鑑別度(a)	1.27	.67	1.13	2.47	.49
	難度(b)	.19	1.12	-.04	2.19	-1.67
	猜對率(c)	.19	.09	.19	.35	.03
丙式	鑑別度(a)	1.06	.36	1.05	2.16	.57
	難度(b)	.61	.82	.45	1.87	-1.31
	猜對率(c)	.17	.09	.13	.37	.05
丁式	鑑別度(a)	1.22	.54	1.16	2.48	.50
	難度(b)	-.03	1.03	-.27	1.87	-1.77
	猜對率(c)	.18	.09	.19	.35	.03
戊式	鑑別度(a)	1.31	.63	1.15	2.47	.50
	難度(b)	.08	.91	-.02	1.87	-1.31
	猜對率(c)	.17	.09	.16	.35	.03
題庫	鑑別度(a)	1.22	.54	1.13	2.48	.44
	難度(b)	.28	1.02	.29	2.19	-1.77
	猜對率(c)	.19	.09	.19	.37	.03

\* 各式題數 n=25，題庫題數n=71

圖 5.12 呈現的是五年級數學標準參照測驗題庫及各式測驗的訊息曲線。訊息曲線越高的地方表示對該對應 X 軸能力水準考生能力的測量越精確。整體而言，對於能力點在 -1 ~ 2 之受試者提供較為豐富之訊息，由甲、乙、丙、丁

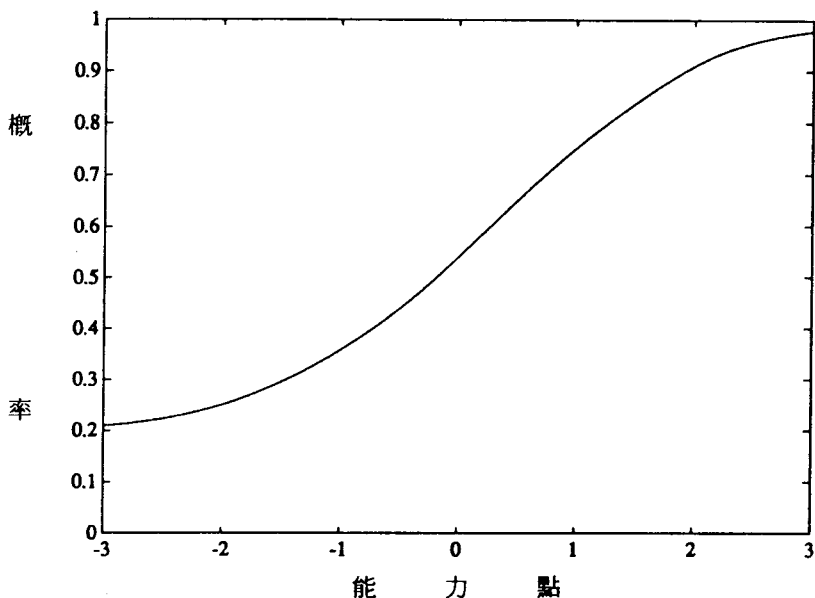
、戊五式測驗來看，其趨勢大致與題庫雷同，共同試題大部份訊息集中在能力點 -1 與 0 之間，對各式測驗及全題庫的模擬略偏容易。

圖5.12 五年級題庫、五式測驗及共同試題測驗訊息曲線



測驗特徵曲線也就是考生答對該測驗預期答對概率與所評量的特質間的數學函數。圖 5.13 呈現的是五年級題庫的測驗特徵曲線。假設以答對率 0.7 為精熟標準，那麼能力點在 .7 以上的學生預期可達到這項標準。換句話說，如果以本題庫為五年級數學問題解決能力的代表樣本，以答對率 0.7 為精熟標準，則五年級學生的預期通過率為 24%。若將平均期望答對率調為 0.6 則五年級學生的通過比率估計值為 40% 左右。由於題庫內包含相當大幅度不同難度之試題，因此這樣一個測驗通過與否的決定，所提供的描述性訊息相當異質而難以摘要，換句話說，將題庫試題再進行認知性質分類是標準參照測驗必要的工作。

圖5.13 五年級題庫測驗特徵曲線



(四)各校數學及國語成績與數學標準參照測驗之相關

本研究初步以標準參照測驗結果與考生在校數學及國語總平均成績之相關為效標關聯效度的資料，由於各校各班給分的量尺不一，因此以班級為單位先求得各班成績與數學標準參照相關後再進行描述統計討論。表 5.32 及表 5.33 呈現其分析摘要。就整體而言，與數學的相關多數集中在 .7 和 .8 之間平均為 .68 左右，最高達 .90，最低為 .17，而與國語的相關略低於數學（相差 12 個百分點）多數集中在 .5 至 .7 之間平均為在 .56 左右，最高達 .89、最低為 .19。大致上本測驗與學校數學科、國語科學習評量皆有中強度的正相關。表 5.34 及表 5.35 呈現的是相關係數在 .4 以下及 .8 以上的學校。圖 5.14 及圖 5.15 呈現的是與數學、國語在校成績相關的次數分配圖。

表5.32 五年級各班數學成績與數學標準參照測驗五式相關之描述統計摘要表

平均數	中數	標準差	最大值	最小值	班級數
.68	.71	.15	.90	.17	143



表5.33 五年級各班國語成績與數學標準參照測驗  
三式相關之描述統計摘要表

平均數	中數	標準差	最大值	最小值	班級數
.56	.57	.15	.89	.19	143

表5.34 五年級各班數學成績與數學標準參照測驗  
相關低於.4或高於.8之學校

.4以下	學校代碼	相關值	學校代碼	相關值
	2103201	.17	3123301	.40
	3141101	.23	4102401	.19
	1143101	.27	5103201	.37
.8以上	學校代碼	相關值	縣市	學校
	1041101	.86	新竹縣	竹東
	1091103	.90	雲林縣	鎮西
	1092301	.87	雲林縣	仁德
	1113201	.86	台南縣	光榮
	3101101	.86	嘉義縣	六美
	4033101	.87	桃園縣	樹林
	4072201	.82	南投縣	南港
	4092301	.86	雲林縣	仁德
	4102202	.80	嘉義縣	後塘
	4111101	.81	台南縣	新民
	4131101	.80	屏東縣	鹽埔
	4151102	.81	花蓮縣	北埔
	5011104	.81	宜蘭縣	光復
	5032101	.88	桃園縣	圳頭
	5052102	.80	苗栗縣	造橋
	5072101	.89	南投縣	秀林
	5072301	.85	南投縣	南豐
	5082101	.89	彰化縣	新興
	5092201	.88	雲林縣	東榮
	5103102	.83	嘉義縣	港乾洲仔分校
	5111104	.80	台南縣	新民
	5112101	.85	台南縣	三股
	5205301	.84	台北市	指南

表5.35 五年級各班國語成績與數學標準參照測驗  
相關低於.4或高於.8之學校

.4以下	學校代碼	相關值	學校代碼	相關值
	3023101	.20	4113101	.35
	3042102	.23	4122102	.25
	3072201	.39	5063101	.23
	3082101	.33	5102301	.34
	4071101	.33	5103201	.27
	4091101	.21	5194102	.37
.8以上	學校代碼	相關值	縣市	學校
	3101101	.81	嘉義縣	六美
	4072201	.89	南投縣	南港
	4092301	.80	雲林縣	仁德
	4102401	.80	嘉義縣	黎明

圖5.14 五年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關之次數分配圖

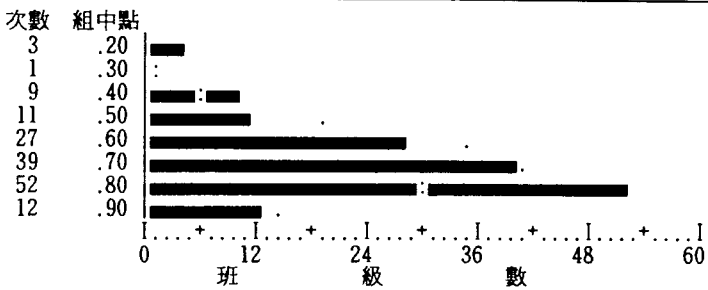
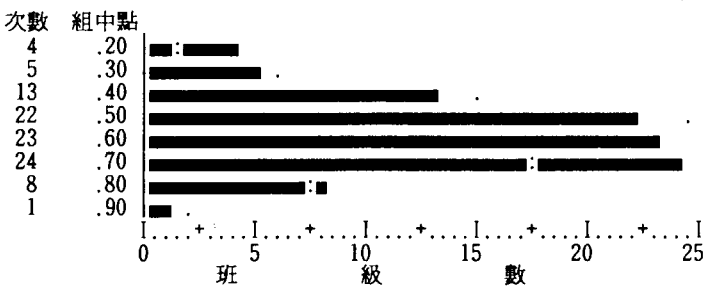


圖5.15 五年級各班國語成績與數學標準參照測驗相關之次數分配圖



### (五) 試題層次的確定

本研究依據測驗計畫雙向細目表將試題目予以歸類，再參考實徵考 IRT 量尺化難度參數進行認知層次的確認與微調。

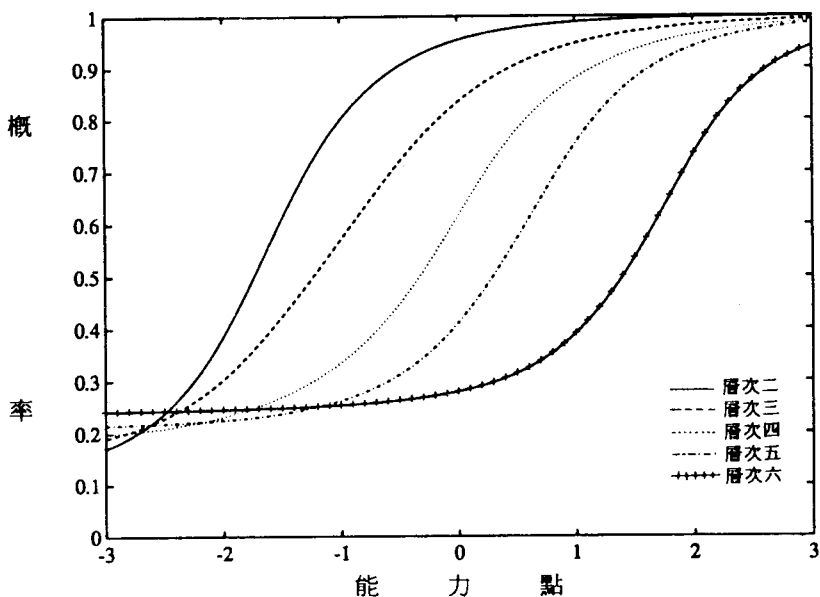
五年級題目分佈從層次二到層次六，以層次三至層次六的題目居多。表5.36 所呈現的是五年級數學標準參照測驗各層次IRT參數描述統計，就量尺化難度(b)來看，難度值隨層次的提升而逐漸增加，可見隨著層次的提高題目有越難的趨勢；由層次三的 -1.60 至層次六的 1.69，認知層次可解釋題目難度變異 91%。

表5.36 五年級數學標準參照測驗各認知層次IRT參數統計摘要

	層次二		層次三		層次四		層次五		層次六	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
鑑別度(a)	1.28	.50	1.02	.45	1.10	.58	1.25	.50	1.44	.60
難度(b)	-1.60	.18	-.76	.23	-.10	.24	.57	.26	1.69	.31
猜對率(c)	.11	.06	.14	.09	.18	.10	.21	.08	.24	.07

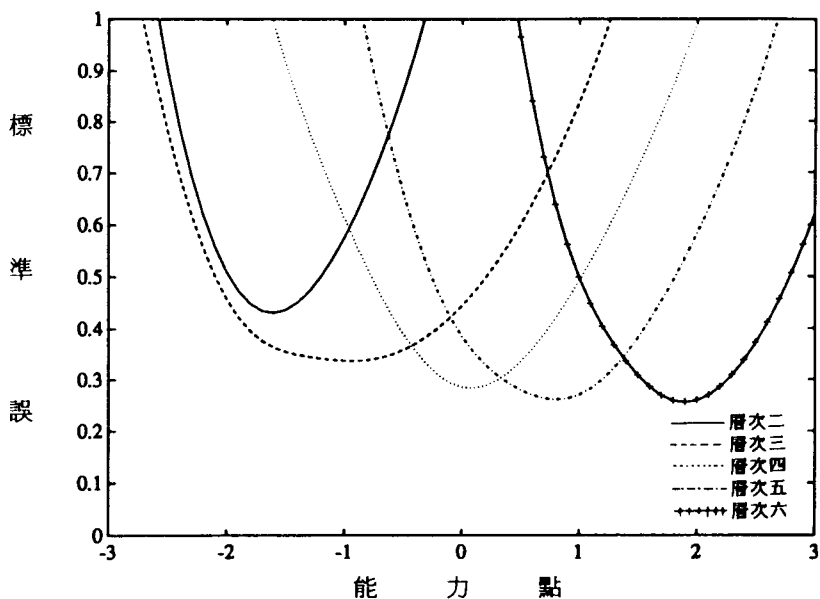
圖 5.16 為五年級數學標準參照測驗各認知層次之測驗特徵曲線，若以答對率 .70 為通過標準，那麼能力點在平均數 0 左右的學生可通過層次二和層次三但未達層次四；能力點在 1 以上的學生可以通過層次五但未達層次六。整體而言，若採平均答對預期概率 0.7 為標準，圖 6.16 顯示五年級學童通過層次二～六等五個層次的估計值依序為 89%、70%、41%、21% 及 3%。換句話說，有 11% 的五年級學童亟待補救教學，因為他們尚未能精熟層次二的核心基礎概念，諸如分數的運算、時間與速度的關係及圖表的判讀等作業。只有 3% 的學童精熟大部分五年級數學科主要內容，他們能處理分數和小數四則運算，能解決體積、面積、時間和速度等的比較或估計的問題，他們對因數、倍數及百分比的應用也能充分駕馭。

圖 5.16 五年級數學標準參照測驗題庫內各認知層次特徵曲線



適當的測驗，我們期許其標準誤應在 .4 以下，(信度在 .85 以上)。由圖 5.17 我們可知能力值 1.0 的學生，層次五的測驗標準誤為 0.3 以下(信度 .91 以上)，能力點為 1.5 的學生其信度仍可達 .88，層次四對能力點在 0.0 的學生，信度達 .9 的水準，層次二對能力點在 -1.0 的學生，測驗標準誤為 .33，信度亦達 .9，而對能力點在 -2.0 的學生，其信度亦可達 .8。這些資料具體顯示各層次試題對其預定功能的適切性，換句話說，五年級題庫可以合理準確的將學生精熟水準分為未達二及二至六等六個層次。

圖5.17 五年級數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



(六)常模

附錄5-11至5-15所呈現的是國小五年級數學標準參照測驗甲、乙、丙、丁、戊五式全省常模真分數與百分等級及T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究所採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為 50，標準差為 10 的標準分數。