

第二節 四年級數學標準參照測驗結果與討論

一、數學解題思考認知層次結構

本研究在發展國小四年級數學標準參照測驗時，主要以 83 學年度國民小學四年級數學教科書為依據，依教材內容及認知層次擬定命題計劃，再參閱相關之國內外測驗及文獻編擬試題，表 5.11 則為四年級數學認知層次結構，表 5.12 至表 5.14 為三式之雙向細目表。

表 5.11 數學解題思考認知層次結構

層次二：

1. 明白整數十進的概念。
 2. 能運用加減混合的二步驟計算方式解決問題。
 3. 知道乘、除運算中各種數值的定義並能運用乘、除解決單一步驟的問題。
 4. 明白除法中餘數的意義、並進行驗算。
 5. 明白四則混合運算的順序並能進行簡單步驟的運算。
 6. 能處理同分母分數的問題(如比較大小、加減)。
 7. 能處理一位小數數線問題並進行簡單運算如加減或乘/除數是整數的乘除。
 8. 能以度為單位，進行實測及估計的活動。
 9. 能判讀統計圖表或依據所提供的相關資料判斷圖表的正確性。
 10. 能辨識基本立體圖形(如正方體)的展開圖或成立條件。
-

層次三：

1. 能適切引用圖表資料進行加減計算的解題。
 2. 能進行測量的四則運算。
 3. 能進行二位數乘以二位數的運算或判斷積的位數。
 4. 知道概數的意義和取法。
 5. 能由題目的文字敘述判斷解題目標。
 6. 能比較單一步驟四則運算的結果。
 7. 能依算式找出適切配合的問題類型，並能依解題方法進行題目分類。
 8. 能辨識分數的種類，並進行不同分母分數加減的計算。
 9. 能進行小數的分解、合成、定位和多位小數的加減。
 10. 明白時與分的化聚規則並能進行時間相關的實測及估計解題。
 11. 明白垂直與平行的意義，並進行四邊形的分類。
 12. 能透過圖形的疊合，正確辨識全等多邊形。
 13. 能進行多位整數數線的解題活動。
-

層次四：

1. 能進行四位整數的加減混合問題解決。
 2. 能依據題意進行二步驟問題的列式或部份列式訂正。
 3. 能將分數視為整數除法的結果，並進行帶分數的四則運算。
 4. 能處理乘數、除數是小數的小數乘除問題。
 5. 明白時間的間隔問題並進行估計。
 6. 明白長方形、正方形面積的求法並能應用面積公式解題。
 7. 能進行角的張開程度的直接比較。
 8. 能透過摺紙或剪紙圖示，判斷對稱的現象。
 9. 知道長方體、正方體中，邊與面的平行與垂直的關係。
 10. 能辨識柱體與椎體，並區分其透視圖及展開圖。
 11. 能進行折線圖斜率的變化比較。
-

層次五：

1. 能綜合比較二到三個步驟四則運算所得的結果。
 2. 能運用符號代表未知數進行列式或修正錯誤的算式。
 3. 能運用面積公式估計不規則面積或圖形變化的結果。
 4. 能運用長方體體積的公式解題。
 5. 能解體積切割的問題。
-

表5.12 四年級甲式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	總題數
壹、數的運用					
一、整數					
1. 整數的概念		2			2
2. 加與減		1			1
3. 乘與除	1				1
二、分數	2				2
三、小數	2	1			3
貳、測量					
一、時間			2		2
二、面積			1	1	2
三、體積				1	1
五、角度	1				1
參、圖形空間	1				1
總題數	5	5	7	5	25

表5.13 四年級乙式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	總題數
壹、數的運用					
一、整數					
1. 加與減	1	1			2
2. 乘與除		1	1		2
二、分數		2			2
三、小數		1			1
貳、測量					
一、容量		1			1
二、時間		2	1		3
三、面積				1	1
四、體積				1	1
五、角度	1				1
參、圖形空間	1	1			2
肆、統計圖表	1	1			2
總題數	5	5	8	4	25

表5.14 四年級丙式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	總題數
壹、數的運用					
一、整數					
1. 整數的概念	1				1
2. 加與減	1	1		1	3
3. 乘與除			1	1	2
二、分數					
二、分數			2		2
三、小數					
三、小數			1		1
貳、測量					
一、容量					
一、容量		1			1
二、時間					
二、時間			1	1	2
三、面積					
三、面積				1	1
四、體積					
四、體積				2	2
五、角度					
五、角度	1				1
參、圖形空間					
參、圖形空間		1	2		3
肆、統計圖表					
肆、統計圖表	1		2	1	4
總題數	3	12	3	4	25

二、四年級數學標準參照測驗題庫結構

(一)傳統題目參數及測驗信度

表5.15及表5.16呈現傳統項目分析結果摘要，就三式測驗而言，題目平均答對概率P值分別為.68、.64和.61，內部一致性 α 係數為.88、.87和.86。就二系列相關(r_{bis})鑑別指數而言，皆達.60以上，逐題分析資料請參閱附錄2-4到2-6。

表5.15 四年級傳統題目分析摘要表 (題數 n=25)

	甲式(N=870)		乙式(N=854)		丙式(N=719)	
	P 值	r_{bis}	P 值	r_{bis}	P 值	r_{bis}
平均數	.68	.69	.64	.64	.61	.63
標準差	.13	.07	.12	.08	.16	.10
中數	.72	.71	.64	.64	.61	.65
最大值	.85	.81	.81	.79	.82	.74
最小值	.27	.51	.26	.50	.34	.32

表5.16 四年級甲、乙、丙三式測驗分析之基本統計

統計數	甲式	乙式	丙式
題數	25	25	25
平均數	16.96	15.87	15.12
標準差	5.78	5.72	5.56
Cronbach α 係數	0.88	0.87	0.86
測量標準誤	1.97	2.07	2.08

(二)因素分析

依 Reckase (1979) 建議測驗向度評鑑標準，最大特徵值可解釋之變異比率達 20%，第一與第二特徵值之比值達 4，即大致符合單向度假定。附錄表4-2中，各題在第一因素的負荷量及前二因素之特徵值來看，最大特徵值可解釋之變異比率三式分別為 26.79%、24.53% 和 23.74%，而前二特徵值之比分別為 5.68、5.08、4.44，大致接近單向度的基本規範。

(三) 題目反應理論模式分析

數學科標準參照測驗四年級部份具有甲、乙、丙三式測驗，同年級各測驗均有三題共同試題，將所有的資料併成一個檔案，然後以 ASCAL 軟體進行同時估計，獲得所有題目在同一量尺的參數估計值。題目參數量尺化，利於使用者依不同測驗目的選擇不同的題目重新編組測驗。

本研究採用共同試題同時估計設計，以ASCAL軟體進行三參數logistic 模式估計題目參數，表5.17呈現其題目參數分析摘要。三式平均鑑別度分別為1.17、1.19、1.17，平均難度為 -.50、-.34、-.24。逐題參數中最大卡方值僅達51.23 (參閱附錄 3-2)，大致符合三參數理論模式。就整個題庫而言，共有試題62題，平均鑑別度頗佳(1.17)，難度對中等程度考生而言略偏容易(-0.24)。

表5.17 四年級 IRT 題目分析摘要表 (題數 n=25, 人數 N=2443)

	甲 式			乙 式			丙 式			題 庫		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
平均數	1.17	-.50	.18	1.19	-.34	.18	1.22	.20	.21	1.17	-.24	.19
標準差	.39	.62	.06	.41	.60	.07	.41	.81	.08	.38	.74	.07
中數	1.09	-.72	.16	1.09	-.45	.16	1.08	.27	.19	1.08	-.41	.18
最大值	2.31	1.13	.32	2.31	1.13	.33	2.31	1.72	.39	2.31	1.72	.39
最小值	.62	-1.40	.11	.70	-1.38	.10	.71	-1.05	.08	.62	-1.40	.08

圖 5.6 呈現的是四年級數學科標準參照測驗題庫及各式測驗的訊息曲線。訊息曲線越高的地方表示對該對應 X 軸能力水準考生能力的測量越精確。整體而言，對於能力點在 -1 ~ 1 之受試者提供較為豐富之訊息，由甲、乙、丙三式測驗來看，趨勢也與題庫雷同，共同試題大部份訊息集中在能力點 -1 ~ 1.5 之間，對各式測驗及全題庫的模擬尚稱適切。

測驗特徵曲線也就是考生答對該測驗預期答對概率與所評量的特質間的數學函數。圖 5.7 呈現的是四年級題庫的測驗特徵曲線。假設以答對率 0.7 為精熟標準，那麼能力點在 0.20 以上的學生預期可達到這項標準。換句話說，如果以本題庫為四年級數學問題解決能力的代表樣本，以答對率 0.7 為精熟標準，則四年級學生的預期通過率為 43%。若將平均期望答對率調為 0.6 則四年級學生的通過比率估計值為 60 % 左右。由於題庫內包含相當大幅度不同難度之試題，因此這樣一個測驗通過與否的決定，所提供的描述性訊息相當異質而難以摘要，換句話說，將題庫試題再進行認知性質分類是標準參照測驗必要的工作。

圖5.6 四年級題庫及三式及共同試題測驗訊息曲線

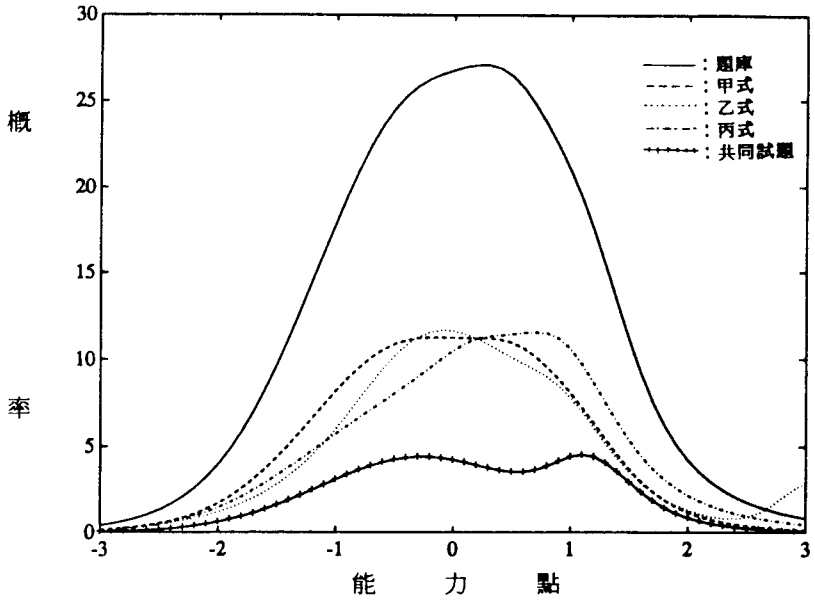
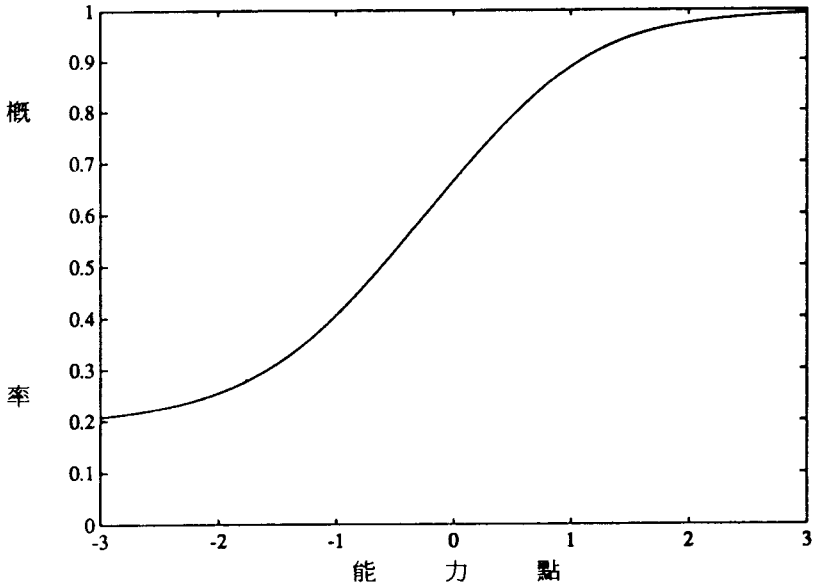


圖5.7 四年級題庫測驗特徵曲線



(四)各校數學成績與數學標準參照測驗之相關

本研究初步以標準參照測驗結果與其考生在校數學總平均成績之相關為效標關聯效度的資料，由於各校各班給分的量尺不一，因此以班級為單位先求得各班數學成績與數學標準參照相關後再進行描述統計討論。表5.18呈現其分析摘要，就整體而言，相關在.70左右，最高達.91，最低為.26，大致上本測驗與學校數學科學習評量有中強度的正相關。表5.19呈現的是數學標準參照測驗和學校數學成績相關中低於.40或高於.85的資料。圖5.3呈現的是這些相關係數分配概況，整體而言，以.7和.8左右的相關居多數。

表5.18 四年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關之描述統計摘要表

平均數	標準差	中數	四分差	最大值	最小值	班級數
.72	.13	.74	.09	.91	.26	79

表5.19 四年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關低於.4或高於.85之學校

(一) .4 以下	學校代碼	相關值	縣 市	學校
	3102301	0.26		
	3123301	0.29		
(二) .85 以上				
	1102401	0.85	嘉義縣	黎明
	2032101	0.86	桃園縣	圳頭
	3133101	0.86	屏東縣	青葉
	2072101	0.87	南投縣	秀林
	2171102	0.89	基隆市	正濱
	3092201	0.90	雲林縣	東榮
	3023101	0.91	台北縣	濂洞

表5.20、5.21和圖5.8、5.9呈現的是丙式數學標準參照測驗與學校國語成績的相關資訊。整體而言其相關係數以.60至.65居多，比數學成績的相關弱了12個百分點，大致符合邏輯上的預期。

表5.20 四年級各班國語成績與數學標準參照測驗相關之描述統計摘要表

年 級	平均數	標準差	中數	最大值	最小值	班級數
四年級	.60	.16	.62	.91	.21	24

表5.21 四年級各班國語成績與數學標準參照測驗
丙式(I)相關低於.4或高於.8之學校

(一) .4 以下	學校代碼	相關值	縣 市	學校
	3102301	0.21		
	3063101	0.37		
	3091101	0.40		
<hr/>				
(二) .8 以上				
	3092201	0.82	雲林縣	東榮
	3133101	0.91	屏東縣	青葉

圖5.8 四年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關之次數分配圖

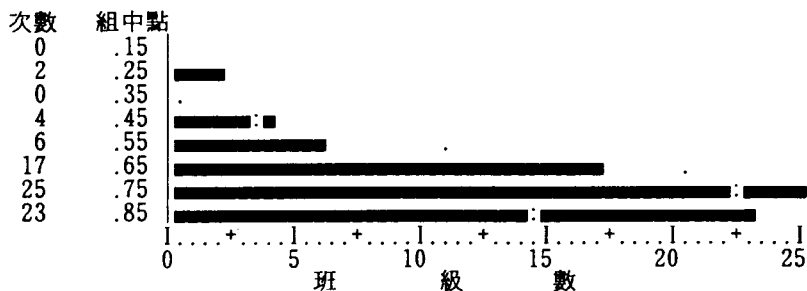
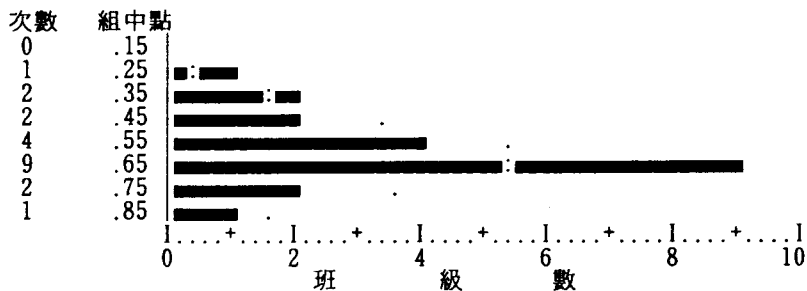


圖5.9 四年級各班國語成績與數學標準參照測驗丙式(I)相關之次數分配圖



(五) 試題層次的確定

本研究據測驗計畫依雙向細目表將試題予以歸類，再參酌實徵 IRT 量尺化難度參數進行認知層次的確認與微調。

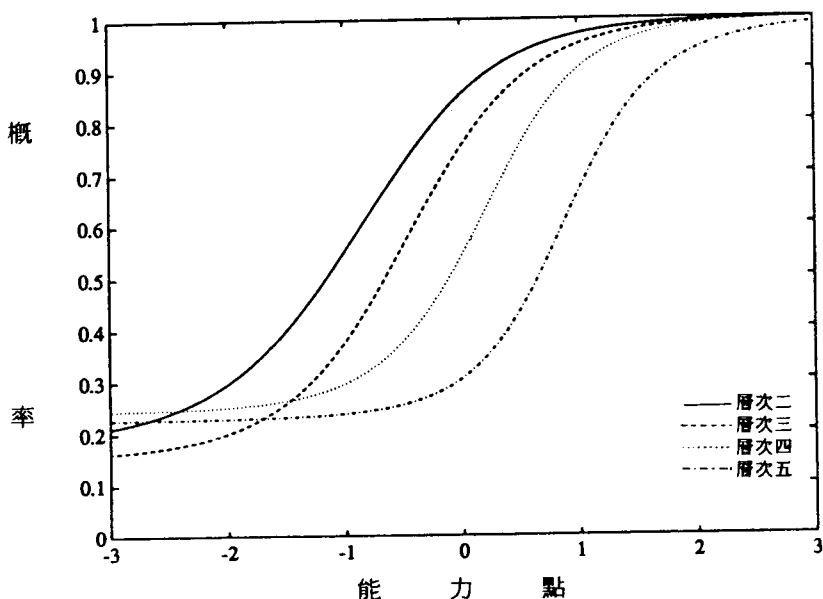
四年級題目分佈從層次二到層次五，以層次二至層次四的題目居多。表5.22所呈現的是四年級數學標準參照測驗層次IRT描述統計，就量尺化難度(b)來看，難度值隨層次的提升而逐漸增加，可見隨著層次的提高題目有越難的趨勢；由層次二的 -1.06 至層次五的 1.12，鑑別力亦隨層次的提升而增高。認知層次可解釋題目難度變異達 91%。

表5.22 四年級數學標準參照測驗各認知層次IRT分析結果摘要

	層次二		層次三		層次四		層次五	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
題數	15		23		16		8	
鑑別度(a)	.98	.21	1.08	.25	1.36	.35	1.43	.67
難度(b)	-1.06	.20	-.50	.22	.24	.19	1.12	.36
猜對率(c)	.17	.05	.16	.06	.25	.07	.22	.09

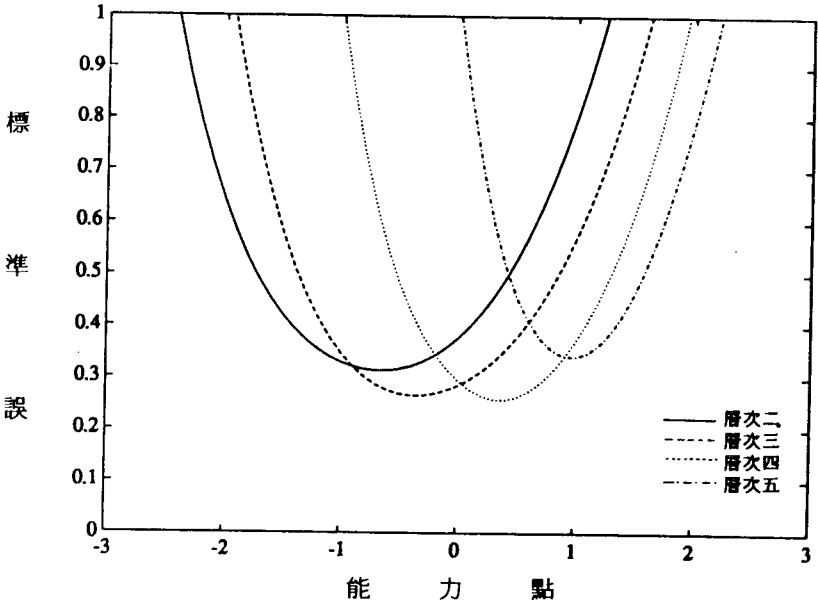
圖 5.10為四年級數學標準參照測驗各認知層次之測驗特徵曲線，若以答對率.70 為通過標準，那麼能力點在平均數 0 左右的學生可通過層次二和三但未達層次四；能力點在 1.5 以上的學生可以通過所有四個層次。整體而言，若採平均答對期望概率 0.7 為標準，圖 5.5 顯示四年級學童通過四個層次的估計值依序為 73%、58%、38% 及 11%。換句話說，有 27% 的四年級學童亟待補救教學。因為他們尚未能精熟層次二的核心基礎概念，諸如乘除運算、測量基本單位的轉換、圖表的判讀。有 11% 的學童精熟大部分四年級數學科主要內容，他們對乘除運算、時間化聚、測量基本單位的轉換及圖表的判讀都能充分的駕馭。

圖5.10 四年級數學標準參照測驗題庫內各認知層次特徵曲線



適當的測驗，我們期許其標準誤應在.4 以下，(信度在.85以上)。由圖5.11 我們可知能力值1的學生，層次五的測驗標準誤為 .35(信度.88)，能力點為 1.5 的學生其信度仍可達.80，層次四對能力點在.5 左右的學生，信度可達.95 的水準，層次三對能力點在 -.5 的學生，測驗標準誤為 0.25，信度亦接近.95。這些資料具體顯示各層次試題對其預定功能的適切性，換句話說，四年級題庫可以合理準確的將學生精熟水準分為未達二及二至五等五個層次。

圖5.11 四年級數學標準參照測驗層次標準誤曲線



(六)常模

附錄4-6至4-8所呈現的是國小數學標準參照四年級測驗甲、乙、丙三式全省常模真分數與百分等級及T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究所採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為 50，標準差為 10 的標準分數。