

第七章 跨年級數學標準參照測驗題庫題目參數估計 及數學能力年級差異比較

本章討論國小三至六年級學生在數學標準參照測驗的表現差異情形。透過跨年級共同試題的同時估計，針對統計分析結果，從能力估計的差異量及各年級在各認知層次預期通過比率估計的比較，探討目前各年級及城鄉學生的數學學習成就的差異幅度。附錄包含中年級、四五年級、高年級和中高年級數學標準參照測驗等四個跨年級題庫逐題認知層次歸類及 IRT 參數資料。

一、橫斷式探討

(一)同時估計數學能力年級差異：橫斷式比較

國小三至六年級數學科標準參照測驗，三跨四、四跨五、五跨六相鄰兩年級之間均各有三題共同試題，三至六年級之間有一題共同試題，將所有資料併成一個檔案，以 ASCAL 軟體進行同時估計，由於能力與題目參數量尺的統一，各年級的數學能力估計就可以直接進行差異討論，依據不同測驗目的，題庫內題目也可彈性的運用，重新編組以擴展其經濟效益。

本研究採用共同試題同時估計設計，以ASCAL軟體進行 IRT 三參數logistic 模式估計參數（逐題參數請參閱附錄 3-5至3-8），表 7.1 至表 7.4 呈現的是跨年級學生之間的能力差異對照，表 7.1 為中年級本身（三、四年級）同時估計後的能力值差異，兩年級之能力值平均分別為 $-.126$ 和 $.130$ ，年級之間的平均差異為 $.26$ ，顯示四年級的數學解題能力優於三年級。表 7.2 為四、五年級的能力差異，其平均能力值分別為 $-.11$ 及 $.07$ ，平均差異為 $.18$ 。兩高（五、六）年級間的能力差異則呈現於表 7.3，可以看出兩年級的平均能力值差異為 $.37$ 。表 7.4 呈現的是三至六年級同時估計後的能力差異，在所有中高年級學童的量尺上，三、四年級的差異為 $.30$ ，四、五年級的能力差異為 $.25$ ，五、六年級的差異量為 $.38$ ，顯示出年級間數學能力的成長幅度約在 $.30$ 左右，其中四、五年級的差異量較小。能力估計的標準差則隨著年級的提昇小幅擴大，即隨年級提昇學生的個別差異逐漸加大。

表7.1 三、四年級（中年級）學生能力統計摘要表

	三年級	四年級	全體
平均數	-.126	.130	.002
標準差	.827	.875	.861
全距	3.906	4.232	4.566
變異數	.685	.766	.742
標準誤	.017	.018	.012
最大值	1.484	2.144	2.144
最小值	-2.422	-2.088	-2.422
總和	-304.949	316.775	11.826
人數	2411	2443	4854

表7.2 四、五年級學生能力統計摘要表

	四年級	五年級	全體
平均數	-.111	.066	.006
標準差	.840	.873	.866
全距	3.997	4.700	4.700
變異數	.706	.761	.749
標準誤	.017	.013	.010
最大值	1.812	2.458	2.458
最小值	-2.185	-2.242	-2.242
總和	-271.237	310.870	39.633
人數	2443	4712	7155

表7.3 五、六年級（高年級）學生能力統計摘要表

	五年級	六年級	全體
平均數	-.121	.248	.004
標準差	.843	.882	.874
全距	4.580	4.352	4.580
變異數	.711	.778	.764
標準誤	.012	.018	.010
最大值	2.259	2.142	2.259
最小值	-2.321	-2.210	-2.321
總和	-570.239	601.948	31.709
人數	4712	2432	7144

表7.4 三、四、五、六年級（中高年級）學生能力統計摘要表

	三年級	四年級	五年級	六年級	全體
平均數	-.466	-.165	.085	.463	.000
標準差	.771	.787	.853	.883	.886
全距	3.714	3.863	4.619	4.323	5.026
變異數	.595	.619	.727	.780	.785
標準誤	.016	.016	.012	.018	.008
最大值	1.135	1.724	2.447	2.285	2.447
最小值	-2.579	-2.139	-2.172	-2.038	-2.579
總和	-1122.974	-403.153	399.264	1125.712	-1.151
人數	2411	2443	4712	2432	11998

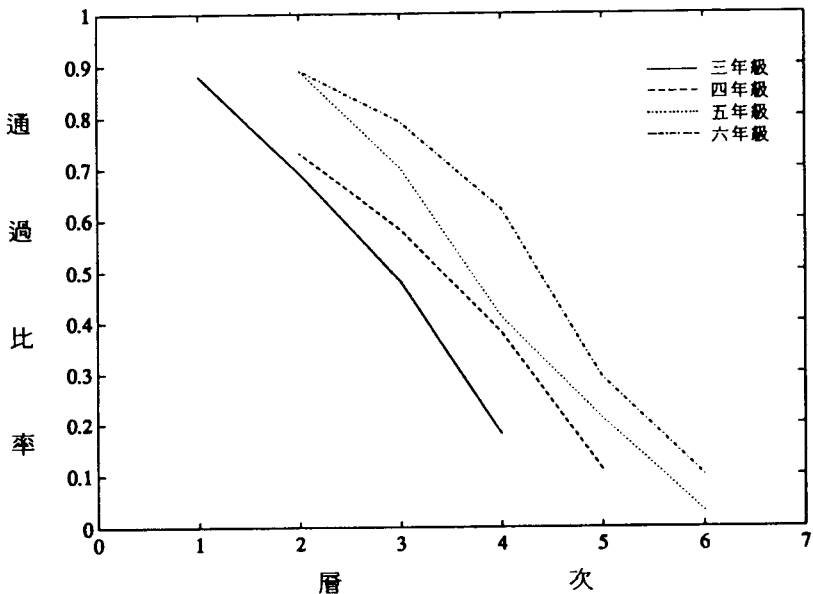
(二)各年級在各認知層次通過比率估計比較：橫斷式年級通過率的差異比較

表 7.5 及圖 7.1 呈現的是三至六年級在各認知層次預期通過比率的差異比較，表中資料顯示隨著層次的提昇，通過比率逐漸降低，三年級的試題包含層次一到層次四，其通過比率的估計分別為 88%、69%、48% 和 18%；四年級題庫包含層次二到層次五，通過比率的估計依序為 73%、58%、38% 及 11%。而隨著年級的進階，相同層次的通過比率隨之升高，以層次三為例，三年級到六年級的通過比率依序為 48%、58%、70%、79%，通過層次五的估計比率，四年級只有 11%，五年級提昇至 21%，六年級則有將近 30% 的考生可達這項標準。

表7.5 各年級在各數學認知層次估計通過比率比較

	層次一	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六
三年級	88%	69%	48%	18%		
四年級		73%	58%	38%	11%	
五年級		89%	70%	41%	21%	3%
六年級		89%	79%	62%	29%	8%

圖7.1 各年級在各數學認知層次估計通過比率對照圖



二、縱貫式探討

(一)成長量估計

除了橫斷式年級能力平均差異的探討外，本研究包含部份同一群考生跨相鄰兩年級（四、五或五、六），希望估計經過一學年時距，數學標準參照測驗結果的縱貫成長幅度。題目參數估計方式與探討橫斷式成長相同。表 7.6 和 7.7 中呈現的是四、五及五、六年級數學能力差異比較，經一學年時距，學生的縱貫成長幅度分別為 .115 及 .296。由表 7.6 與 7.2 的比較顯示在同一量尺下，四、五年級縱貫式的部份樣本能力比橫斷式的全樣本能力略低，而表 7.7 與表 7.3 的對照該五、六年級縱貫樣本能力比全樣本能力略佳。成長趨勢與橫斷式相似而幅度略小，可能原因為縱貫式成長的受試群分別在學年初及學年結束時受試，期間相差一學年，而橫斷式成長估計的受試群相差一年的學習，即比縱貫式成長學生多了一個暑假及次學年開學幾個星期的時間。而前後測兩次數學標準參照測驗結果的相關分別為 .70 及 .72，呈現中強度的相關，隨著教學經驗的累積，數學能力相對地位仍有相當的可異動空間。

表7.6 縱貫式四、五年級數學能力差異比較

	四年級	五年級	差異量
平均數	-.132	-.017	.115
標準差	.833	.816	.641
中數	-.110	-.010	.119
全距	3.996	4.452	5.605
變異數	.694	.665	.411
平均標準誤	.020	.019	.015
最大值	1.813	2.210	2.774
最小值	-2.183	-2.242	-2.831
總和	-232.675	-29.211	203.464
人數	1769	1769	1769
相關	.70		

表7.7 縱貫式五、六年級數學能力差異比較

	五年級	六年級	差異量
平均數	-.035	.261	.296
標準差	.875	.893	.666
中數	-.060	.328	.302
全距	4.423	4.330	5.258
變異數	.765	.798	.444
平均標準誤	.022	.023	.026
最大值	2.259	2.215	2.750
最小值	-2.164	-2.205	-2.508
總和	-55.055	407.603	462.658
人數	1564	1564	1564
相關	.72		

(二)統計迴歸的問題

表 7.8 至表 7.11 呈現的是不同前測能力點學生的成長比較，表 7.8 及表 7.10 探討成長與前測能力的關係，表 7.9 及表 7.11 則探討成長與後測能力的關係。以前測能力為基點，能力越高的成長量越小；而以後測能力為基點，能力越高的成長量越高，顯示出統計上的迴歸現象，低能力的學生有被低估的傾向，而高能力的學生則有被高估的趨勢。表 7.12 呈現的是前、後測能力及成長量的相關，前、後測為中強度的正相關，顯示學生的數學表現有相當程度的一致性，但仍存在可異動空間。而前、後測能力與成長量相關值則呈相反的方向，即統計的迴歸現象。

表7.8 四年級各前測能力點的成長量比較

能力點	人數	四 年 級		五 年 級		成 長 量	
		平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
-1.5	186	-1.545	.214	-.935	.618	.611	.631
-1.0	250	-.994	.144	-.661	.557	.333	.556
-0.5	349	-.486	.147	-.273	.610	.213	.585
0.0	376	-.006	.139	.102	.572	.109	.559
0.5	319	.489	.144	.396	.594	-.094	.600
1.0	210	.964	.141	.737	.614	-.227	.616
1.5	79	1.477	.132	1.085	.593	-.392	.582
全體	1769	-.132	.833	-.017	.816	.115	.641

表7.9 五年級各前測能力點的成長量比較

能力點	人數	四 年 級		五 年 級		成 長 量	
		平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
-1.5	128	-1.097	.626	-1.539	.230	-.442	.632
-1.0	220	-.853	.653	-.976	.141	-.124	.646
-0.5	330	-.521	.597	-.509	.142	.011	.598
0.0	401	-.146	.613	-.005	.142	.141	.601
0.5	355	.253	.594	.481	.142	.229	.573
1.0	236	.599	.604	.988	.144	.390	.599
1.5	99	.957	.526	1.502	.215	.545	.507
全體	1769	-.132	.833	-.017	.816	.115	.641

表7.10 五年級各前測能力點的成長量比較

能力點	人數	五 年 級		六 年 級		成 長 量	
		平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
-1.5	115	-1.565	.232	-.890	.674	.675	.656
-1.0	227	-.987	.147	-.452	.637	.535	.635
-0.5	307	-.491	.143	-.157	.666	.334	.654
0.0	347	-.001	.143	.358	.666	.360	.655
0.5	293	.473	.145	.720	.608	.248	.587
1.0	144	.972	.140	1.000	.572	.028	.571
1.5	131	1.692	.294	1.384	.483	-.308	.531
全體	1564	-.035	.875	.261	.893	.296	.666

表7.11 五年級各前測能力點的成長量比較

能力點	人數	五 年 級		六 年 級		成 長 量	
		平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
-1.5	77	-1.167	.606	-1.568	.234	-.401	.637
-1.0	164	-.821	.601	-.959	.142	-.138	.601
-0.5	221	-.604	.522	-.484	.144	.120	.526
0.0	279	-.297	.554	.004	.145	.301	.541
0.5	322	.069	.599	.519	.144	.450	.599
1.0	280	.577	.688	.988	.142	.411	.667
1.5	220	.924	.719	1.586	.280	.662	.699
全體	1564	-.035	.875	.261	.893	.296	.666

表7.12 成長量與前後測能力的相關

	四年級	五年級	六年級
五年級	.70		
六年級		.72	
成長量(I)	-.41	.37	
成長量(II)		-.35	.40

三、城鄉學童數學能力成長比較

表 7.13 至表 7.14 呈現的是城鄉學童各年級數學能力對照，本研究將城市學校的界定為院轄市、省轄市及縣轄市地區的學校，鄉間學校則為鄉鎮地區的學校。表 7.13 與圖 7.2 為三至六年級橫斷式城鄉能力值對照，資料顯示隨者年級的提昇兩群學生數學能力皆有增益，相鄰兩年級能力差異在城市地區依序為 .23、.33 及 .38，而鄉間，分別是 .33、.21、.39，四、五年級的差異量鄉間學童明顯較小外，其餘城鄉成長的幅度是相似的，但城市兒童的平均數學能力明顯優於鄉間，城鄉差異量三至六年級依序為 .38、.30、.42 及 .31。整體而言，城鄉差異量在 .35 左右，其中以五年級時差異較大，在成長趨勢討論中也發現五年級課程似乎對學童的跨越相對的比其他年級更難，這種現象可能源於該年級課程

、六年級學童能力值的差異，表 7.16 及表 7.17 為城鄉同一群學童前後測的成長比較。表 7.14 與表 7.16 及表 7.15 與表 7.17 的對照顯示縱貫與橫斷對城鄉差異的估計大致雷同，即城市優於鄉間，五年級時差異略為擴大，其成長幅度以鄉間略大，但仍需考慮統計上迴歸的現象。

表 7.18 呈現的是不同年級及城鄉學生的數學能力變異數分析摘要表，整體而言，年級可解釋數學能力的變異 12.3%，城鄉則可解釋 4.5%，換句話說，數學解題能力存在很大的個別差異，這份能力的發展與學校學習有關，城鄉學童平均差異幅度是項值得注意的問題，橫斷資料顯示城鄉平均差異的幅度大於年級的差異幅度，當然鄉間學童仍然有部份相當優異，只是其平均水平低落城市一個年級左右，而且其差異幅度”未”見隨年級提昇而減緩的趨勢。

表7.13 三至六年級城、鄉學童數學能力比較

學校 類別	三 年 級			四 年 級			五 年 級			六 年 級		
	平均數	標準差	人數	平均數	標準差	人數	平均數	標準差	人數	平均數	標準差	人數
城	-.207	.719	879	.016	.748	941	.344	.872	1774	.725	.890	874
鄉	-.611	.760	1532	-.284	.791	1502	-.072	.799	2938	.319	.848	1558
全體	-.464	.770	2411	-.169	.789	2443	.085	.851	4712	.465	.884	2432

圖7.2 三至六年級城、鄉學童數學能力比較

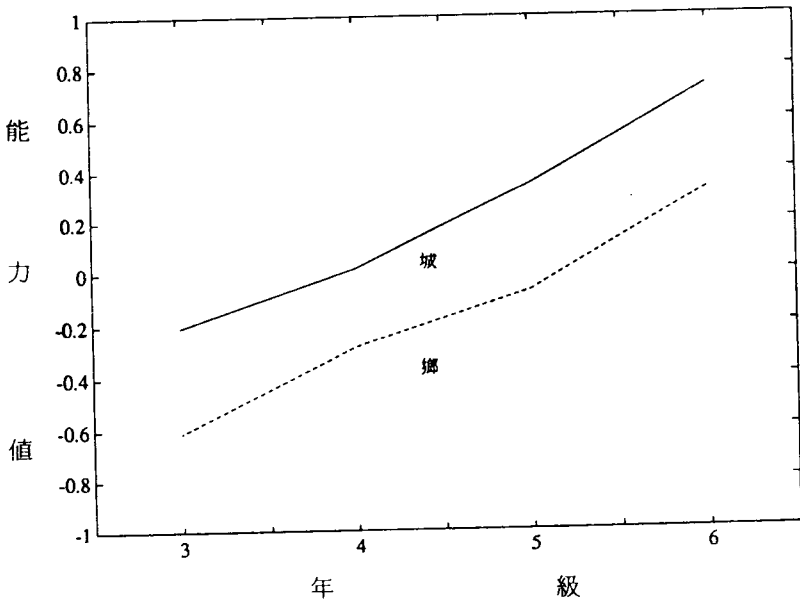


表7.14 四、五年級城、鄉學童數學能力比較

學校	四 年 級			五 年 級		
	平均數	標準差	人數	平均數	標準差	人數
城	.087	.795	941	.225	.791	839
鄉	-.235	.843	1502	-.116	.815	1440
全體	-.111	.839	2443	.010	.823	2279

表7.15 五、六年級城、鄉學童數學能力比較

學校	五 年 級			六 年 級		
	平均數	標準差	人數	平均數	標準差	人數
城	.166	.935	789	.504	.887	874
鄉	-.262	.781	1035	.100	.841	1558
全體	-.077	.877	1824	.245	.879	2432

表7.16 四、五年級城、鄉學童數學能力的成長比較

學校	四 年 級			五 年 級		成 長 量	
	人數	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
城	638	.109	.779	.200	.797	.091	.603
鄉	1131	-.267	.833	-.139	.801	.129	.662
全體	1769	-.132	.833	-.017	.816	.115	.641

表7.17 五、六年級城、鄉學童數學能力的成長比較

學校	五 年 級			六 年 級		成 長 量	
	人數	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
城	670	.238	.917	.520	.872	.283	.718
鄉	894	-.240	.781	.066	.860	.306	.625
全體	1564	-.035	.874	.261	.894	.296	.666

表7.18 不同年級及城鄉學生的數學能力變異數分析摘要表

變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F值
年 級	1155.69	3	385.23	589.42
城 鄉	420.56	1	420.56	643.48
年級×城鄉	5.67	3	1.89	2.89
誤 差	7836.36	11990	.65	
全 體	9410.71	11997	.78	

四、結論

本章旨在討論國小數學能力成長幅度，橫斷式資料呈現三至六年級學生在數學標準參照測驗的年級差異，資料中包含部份同時接受前後測（跨四、五和五、六年級）考生，用以討論一學年時距，數學標準參照測驗前後測的相關和縱貫成長幅度。透過跨年級共同試題的同時估計，除探討年級及城鄉之間橫貫式及縱貫式成長趨勢和幅度。

研究中三至六年級數學標準參照測驗，相鄰兩年級之間均有三題共同試題，三跨六年級之間有一題共同試題，採用共同試題同時估計設計，以 ASCAL 軟體進行 IRT 三參數 logistic 模式估計參數。由於縱貫式資料只是橫斷式常模資料的一部份，因此就樣本的代表性可能略遜於常模，討論中採並陳對照，以利推論的參考。

整體而言，數學解題能力的個別差異很大，跨四個年級，年級和城鄉只能分別解釋 12.3% 和 4.5% 的變異量，就跨中高四個年級的量尺，年級差異大約 .30 而城鄉差異約為 .35。其中四年級跨五年級可能對大部份學童而言相對的較為困難，城鄉學童差異的幅度也在五年級略為擴大。就成長幅度和城鄉差異量的比較，本研究橫斷和縱貫資料初步顯示的趨勢和幅度雷同而可以解釋。IRT 量尺化的能力估計解決了部份成長探討的問題，但是統計上差異量與前後測間相反方向中弱 (.3 ~ .4) 相關的迴歸現象依然存在。由同一群考生前後測 .70 左右的中高度相關顯示，儘管個別差異頗大，國小中高年級數學能力相對地位仍有相當幅度的浮動。變化的可能存在，教育介入的空間就比較樂觀，鄉間小學五年級數學的學習尤其需要教學上補救或協助的支援。