

## 第六章 國小數學學習困難及資賦優異篩選測驗之發展

在標準參照測驗的題庫建立後，我們將之重整為具有篩選功能的兩份測驗：一是適合鑑別中低能力的學生，可用來篩選數學學習有困難的學童的基礎數學標準參照測驗；另一是適合鑑別中高能力的學生的進階數學標準參照測驗，可用來甄選數學資優的學生，兩式測驗施測時間都以一節（40 分鐘）為原則。以下就各年級分別討論兩式測驗之測驗特性及功能。另外於最後一節中，以國小三年級資源班之施測驗結果，探討基礎數學標準參照測驗對於數學學習困難篩選與診斷的效益。

### 第一節 國小三年級數學學習困難及資賦優異篩選測驗之發展

#### 一、分式測驗結構

表6.1和表6.2是基礎與進階數學標準參照測驗的雙向細目表：

表6.1 三年級基礎數學標準參照測驗雙向細目表

	層次一	層次二	層次三	總題數
壹、數的運用				
一、整數				
1. 整數的概念		2		2
2. 加與減		3		3
3. 乘與除	4	3		7
二、分數	1	1		2
三、小數		1		1
貳、測量				
一、長度	1	1		2
二、重量		2		2
三、容量	1	1		2
四、時間	1	1		2
參、圖形空間	1			1
肆、統計圖表	3	2	1	6
總題數	12	17	1	30

表6.2 三年級進階數學標準參照測驗雙向細目表

	層次一	層次二	層次三	層次四	總題數
<b>壹、數的運用</b>					
一、整數					
1. 整數的概念				1	1
2. 加與減		1	4	2	7
3. 乘與除		4	3		7
二、分數	1			1	2
三、小數			1		1
<b>貳、測量</b>					
一、長度				1	1
二、重量		2	1		3
三、容量			1		1
四、時間			2	1	3
五、角度				1	1
<b>參、圖形空間</b>					
				2	2
<b>肆、統計圖表</b>					
			1		1
<b>總題數</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	<b>8</b>	<b>30</b>

## 二、分式測驗統計特徵

### (一) 題目參數摘要

表 6.3 為整編後基礎、進階二式測驗之 IRT 參數摘要表，就難度及鑑別度來看，兩式之平均難度分別為  $-1.14$  及  $.01$ ，平均鑑別度為  $1.03$  及  $1.37$ ，即基礎版比進階版明顯容易，旨在篩選疑似學習困難學童。進階的鑑別度略高，主要在鑑別較高力學童。

表6.3 三年級基礎與進階數學標準參照測驗 IRT 題目參數摘要表(每式題數 $n=30$ )

	基		礎		進		階	
	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	猜對率(c)	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	
平均數	1.03	-1.14	.20	.20	1.37	.01	.25	
標準差	.25	.53	.06	.06	.50	.62	.09	
最大值	1.89	.14	.33	.33	2.43	1.32	.44	
最小值	.44	-2.12	.11	.11	.40	-1.20	.10	

### (二) 訊息與測驗誤差曲線特徵

圖 6.1 呈現的是重整後兩式數學科標準參照測驗的訊息曲線。就基礎版來看，對於能力點在  $-2 \sim 0$  之受試者提供較為豐富的訊息，進階版則對能力點  $-1.5 \sim 1.5$  之受試者提供較豐富的訊息。

圖 6.2 呈現的是兩式測驗的誤差曲線，基礎測驗適合考能力點在  $-2 \sim .0$  之間的學生，而進階測驗適合鑑別能力點在  $-1.0 \sim 1.5$  的學生。顯示兩份測驗對其預定功能的適切性。

圖6.1 基礎與進階數學標準參照測驗訊息曲線

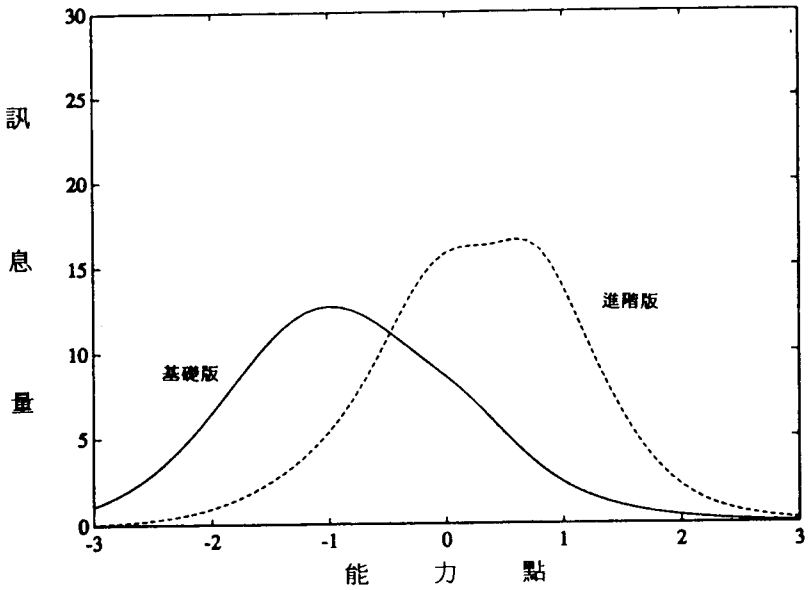
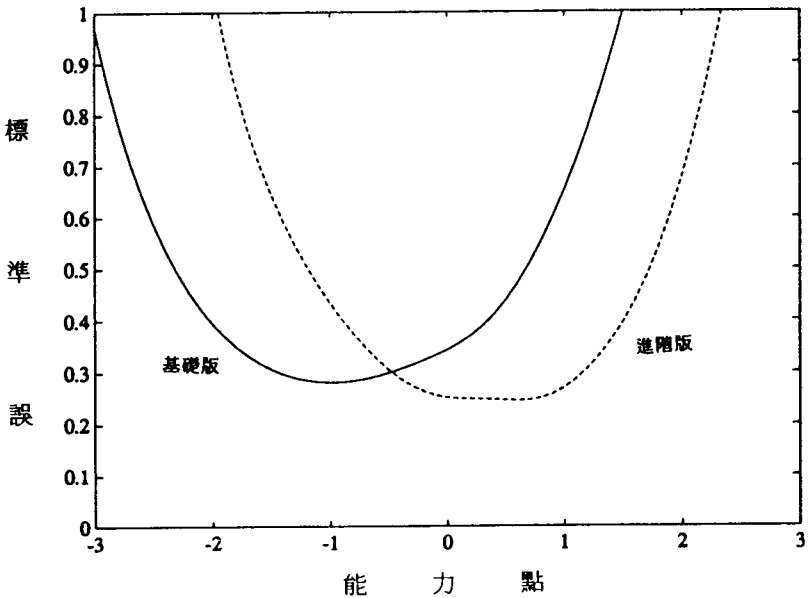


圖6.2 基礎與進階數學標準參照測驗標準誤曲線



(三) 認知層次特徵曲線與認知層次標準誤曲線

圖 6.3 和圖 6.4 分別呈現的是基礎版和進階版的認知層次特徵曲線。這些特徵曲線與題庫的曲線非常接近，因此每一式測驗對學生通過比率的估計也大致雷同。基礎版旨在判斷學童是否達到層次一和二。而進階版則主要區辨層次二、三及四。

圖 6.5、圖 6.6 呈現各認知層次之測驗標準誤曲線，圖 6.5 為基礎版之認知層次測驗標準誤曲線，基礎版測驗目的在甄別數學學習上有困難的學童，層次一對能力點在  $-2$  的學生，信度為  $.8$  左右，對能力點在  $-1.5$  的學生，信度達  $.85$ ，層次二對能力點在  $-.5$  的學生，信度可達  $.9$ 。進階版測驗目的在鑑別數學資賦優異的學生，層次四對能力點在  $1.0$  的學生信度達  $.91$ ，對能力點在  $1.5$  的學生信度亦達  $.85$ ，層次三對能力值  $0.0$  的學生，信度為  $.90$ 。於能力點在  $-.5$  的學生，信度亦達  $.85$ 。

圖6.3 三年級基礎數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

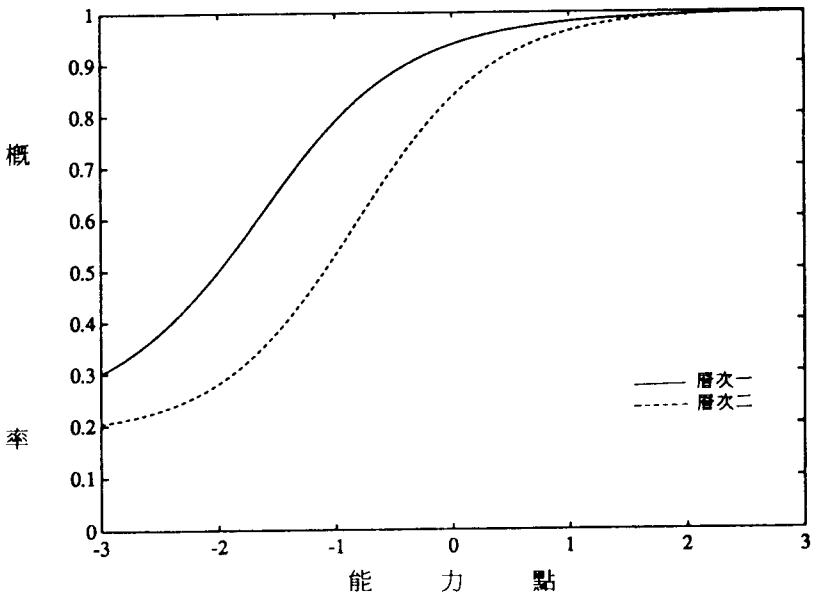


圖6.4 三年級進階數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

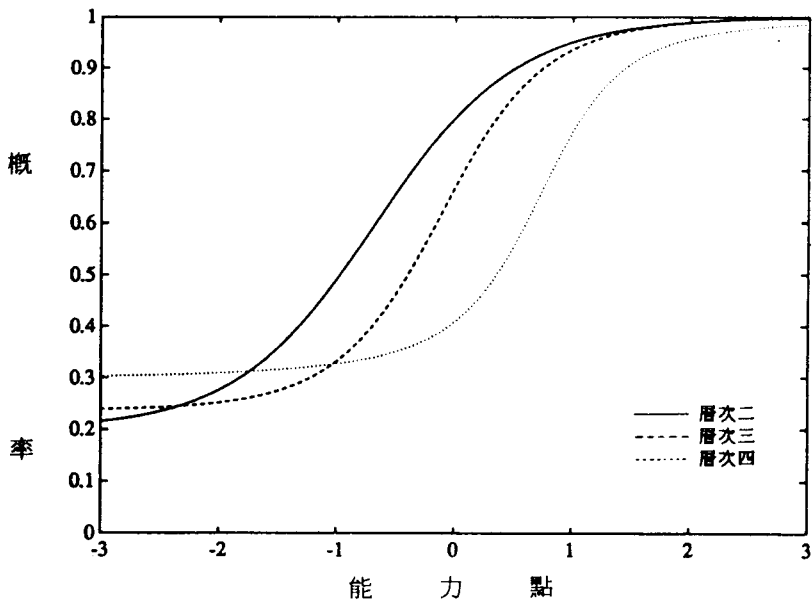


圖6.5 三年級基礎數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線

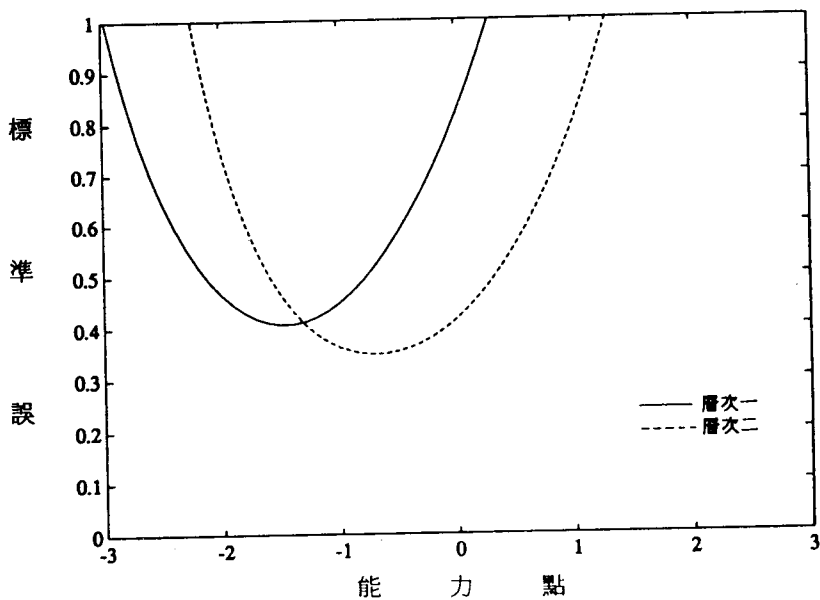
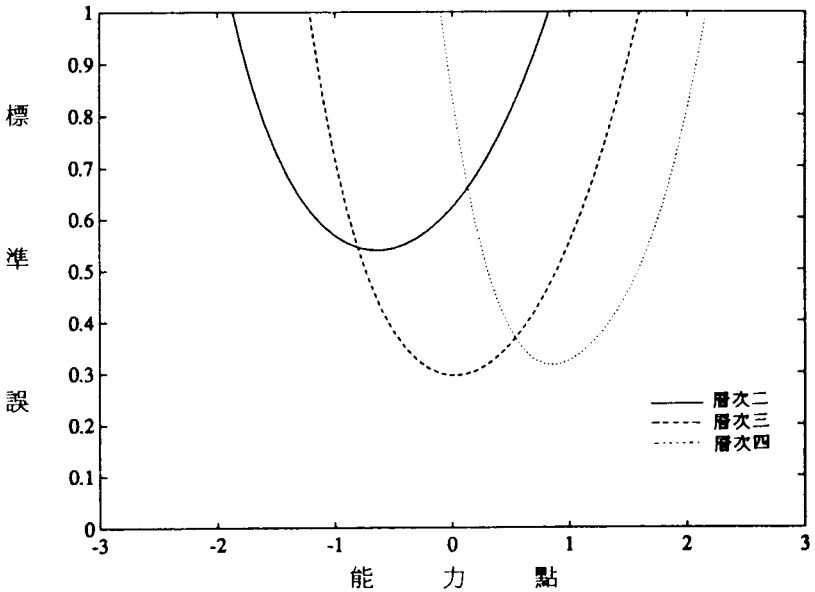


圖6.6 三年級進階數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



#### (四)區辨效益

圖 6.7 是各百分等級在 5 以下、5 到 10、10 到 20、20 到 30、30 以上的學生在基礎測驗各層次的通過比率。由圖 6.7 可知整個測驗的答對比率隨著百分等級的提高而提昇，而同樣百分等級的答對比率卻隨著層次的增加而降低，換句話說，基礎版測驗可以相當有效的區辨百分等級在 30 以下的學童。圖 6.8 呈現的則是進階版測驗中百分等級在 60 以上學童的表現差異，層次四對高能力群的區辨效果明顯優於層次二與三。整體而言，兩式測驗對各自預定的功能而言都是相當精簡適切的篩選工具。

#### (五)常模

附錄5-4、5-5所呈現的是國小三年級基礎與進階數學標準參照測驗真分數與百分等級及T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數分數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為 50，標準差為 10 的標準分數。

圖6.7 低能力組學生在基礎測驗之各層次的平均答對比率

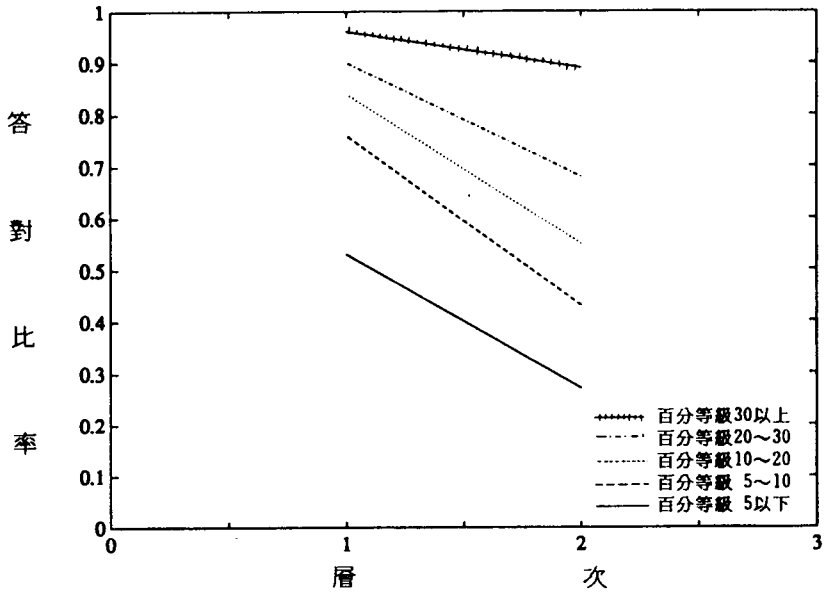
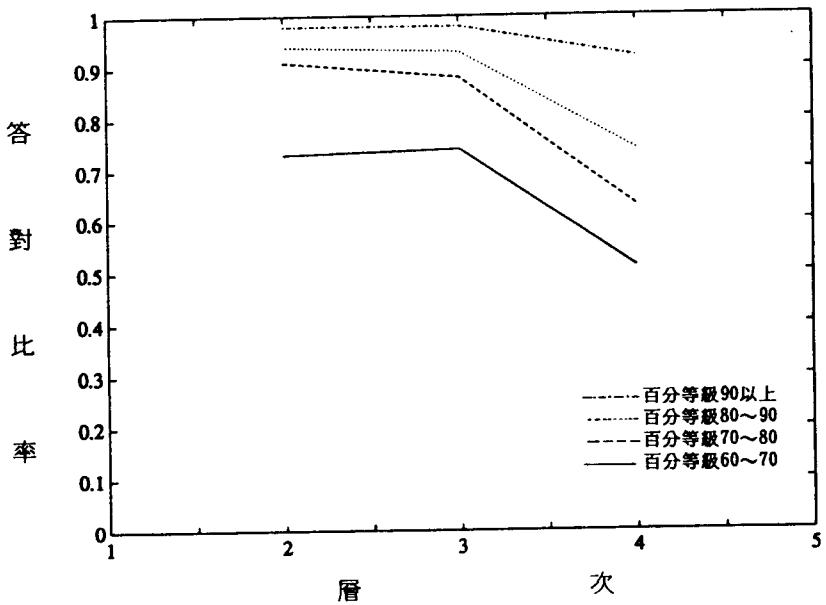


圖6.8 高能力組學生在進階測驗之各層次的答對比率



## 第二節 國小四年級數學學習困難及資賦優異篩選測驗之發展

### 一、分式測驗結構

表6.4和表6.5是基礎與進階數學標準參照測驗的雙向細目表：

表6.4 四年級基礎數學標準參照測驗雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	總題數
<b>壹、數的運用</b>				
一、整數				
1. 整數的概念	1	1		1
2. 加與減	1			1
3. 乘與除	1		3	4
4. 四則運算	3	2		5
二、分數	1	1	1	3
三、小數	2	1	1	4
<b>貳、測量</b>				
一、容量		1		1
二、時間		2	1	3
三、面積			1	1
四、角度	1			1
<b>參、圖形空間</b>				
一、平面圖形		1	1	2
二、立體圖形	1			1
<b>肆、統計圖表</b>	1	1		2
<b>總題數</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>30</b>

表6.5 四年級進階數學標準參照測驗雙向細目表

	層次三	層次四	層次五	總題數
<b>壹、數的運用</b>				
一、整數				
1. 加與減	1	1		2
2. 乘與除	3	2	1	6
3. 四則運算	3			3
4. 概數	1	1		2
二、分數	2	1		3
三、小數	1	1		2
<b>貳、測量</b>				
一、容量			1	1
二、時間	1	2	1	4
三、面積			1	1
四、體積			2	2
<b>參、圖形空間</b>				
一、平面圖形		1		1
<b>肆、統計圖表</b>		2	1	3
<b>總題數</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>7</b>	<b>30</b>



## 二、分式測驗統計特徵

### (一) 題目參數摘要

表 6.6 為整編後基礎、進階二式測驗之 IRT 參數摘要表，就難度及鑑別度來看，兩式之平均難度分別為  $-.61$  及  $.19$ ，平均鑑別度為  $1.09$  及  $1.26$ ，即基礎版比進階版明顯容易，旨在篩選疑似學習困難學童。進階版的鑑別度略高，主要在鑑別較高能力學童。

表 6.6 四年級基礎與進階數學標準參照測驗IRT題目分析摘要表(題數=25,人數=2432)

	基 礎			進 階		
	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)
平均數	1.09	-.61	.18	1.26	.19	.21
標準差	.27	.52	.06	.47	.65	.08
中數	1.05	-.77	.17	1.09	.09	.20
最大值	1.68	.30	.33	2.31	1.72	.39
最小值	.62	-1.40	.08	.71	-.66	.10

### (二) 測驗訊息與測驗誤差曲線特徵

圖 6.9 呈現的是基礎與進階兩式數學科標準參照測驗的訊息曲線。就基礎版來看，對於能力點在  $-1 \sim .5$  之受試者提供較為豐富的訊息，進階版則對能力點  $0 \sim 1.0$  之受試者提供較豐富的訊息。

圖 6.9 基礎與進階數學標準參照測驗訊息曲線

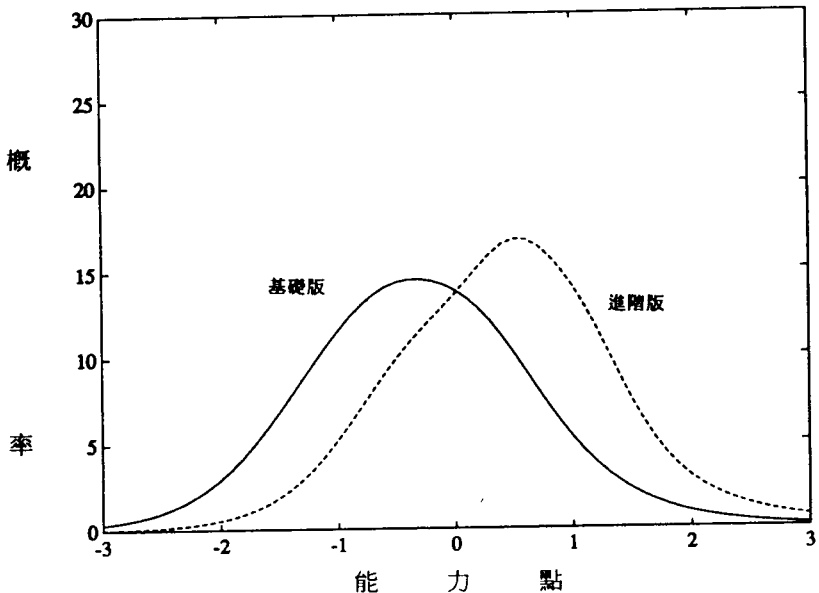
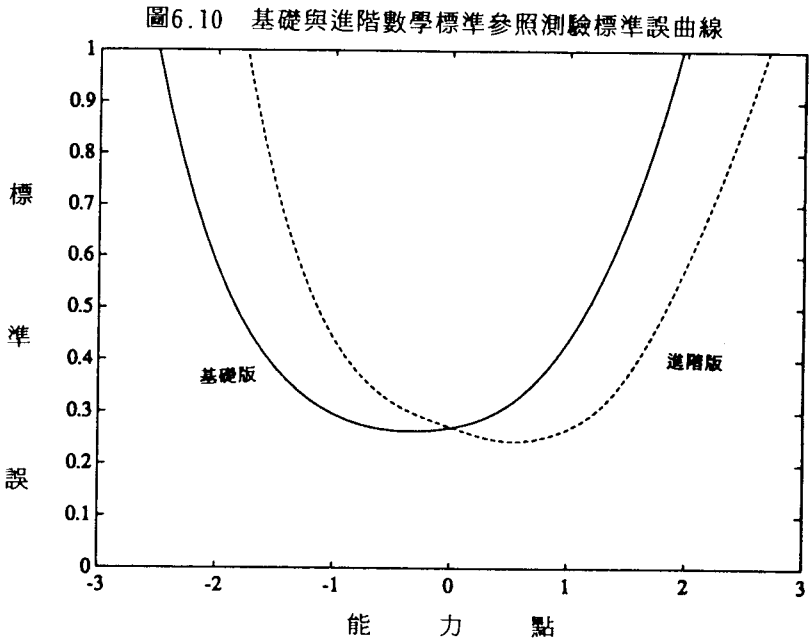


圖 6.10 呈現的是兩式測驗的誤差曲線，基礎版測驗最適合能力點在  $-1.5 \sim .5$  之間的學生，而進階版測驗則適合鑑別能力點在  $-.5 \sim 1.5$  的學生。顯示兩份測驗對其預定功能的適切性。



### (三) 認知層次特徵曲線與認知層次標準誤曲線

圖 6.11 和圖 6.12 分別呈現的是基礎版和進階版的認知層次特徵曲線。這些特徵曲線與四年級題庫之認知層次特徵曲線非常接近，因此每一式測驗對學生通過比率的估計也大致雷同。基礎版旨在判斷學童是否達到層次二和三。而進階版則主要區辨層次三、四及五。

圖6.11 四年級基礎數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

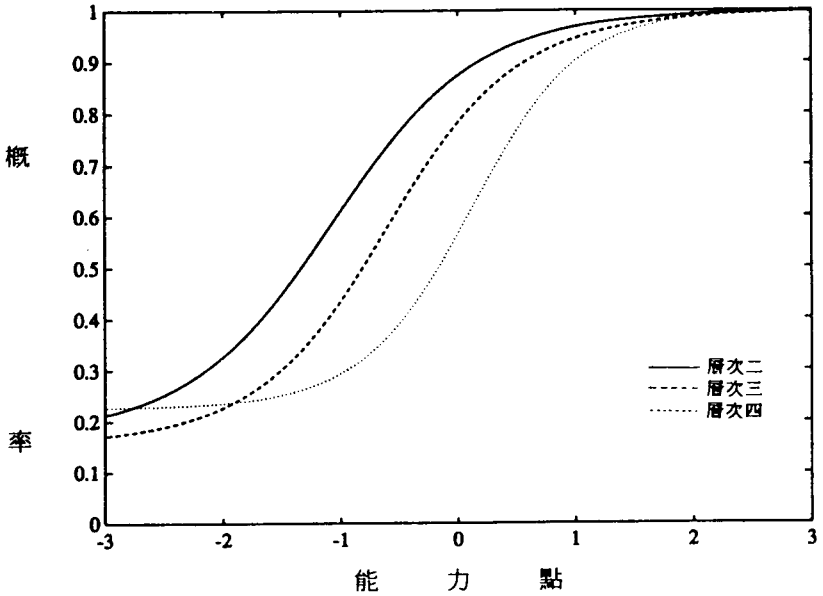


圖6.12 四年級進階數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

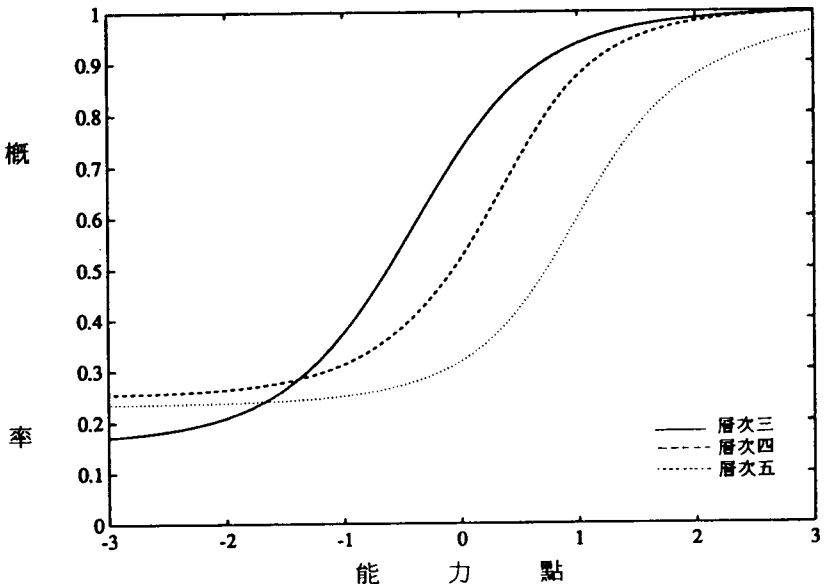


圖 6.13、圖 6.14 呈現各認知層次之測驗標準誤曲線，圖 6.13 為基礎版之認知層次測驗標準誤曲線，各層次對其預定鑑別對象的估計誤差都在 .45 以下，即相對應的信度都在 .8 至 .9 之間。

圖 6.13 四年級基礎數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線

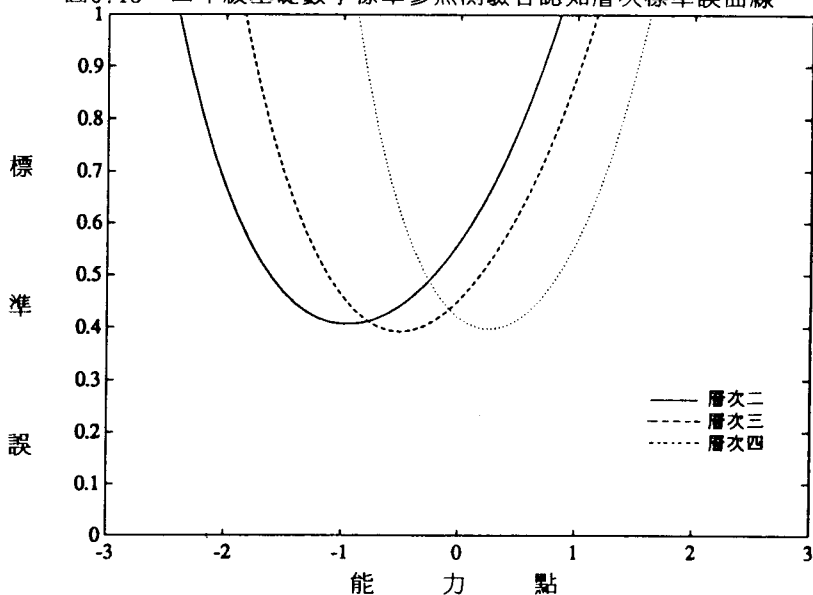
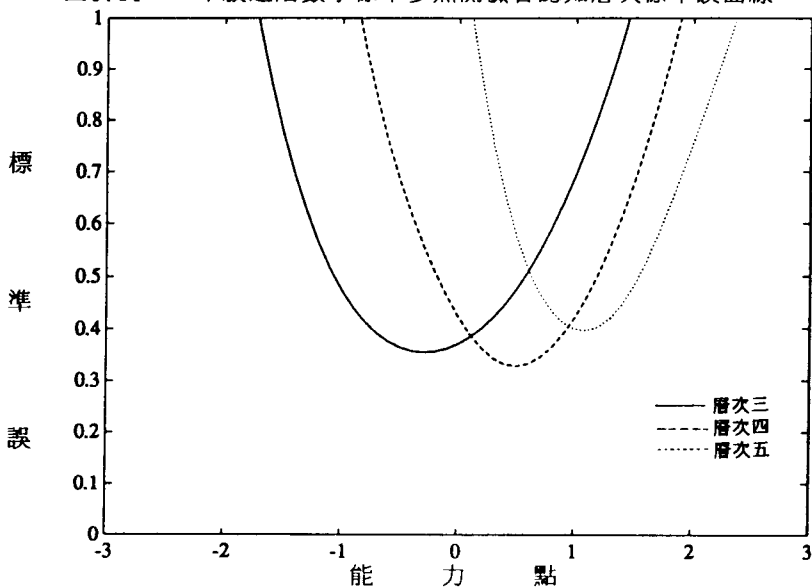


圖 6.14 四年級進階數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



#### (四)區辨效益

圖 6.15 是各百分等級在 5 以下、5 到 10、10 到 20、20 到 30、30 以上的學生在基礎測驗各層次的通過比率。由圖 6.15 可知整個測驗的答對比率隨著能力百分等級的提高而提昇，而同一能力群考生的答對比率也隨著層次的增加而降低，換句話說，基礎版測驗可以相當有效的區辨百分等級在 30 以下的學童。圖 6.16 呈現的則是進階版測驗中百分等級在 60 以上學童的表現差異，層次四對高能力群的區辨效果明顯優於層次二與三。整體而言，兩式測驗對各自預定的功能而言都是相當精簡適切的篩選工具。

圖6.15 低能力組學生在基礎測驗之各層次的平均答對比率

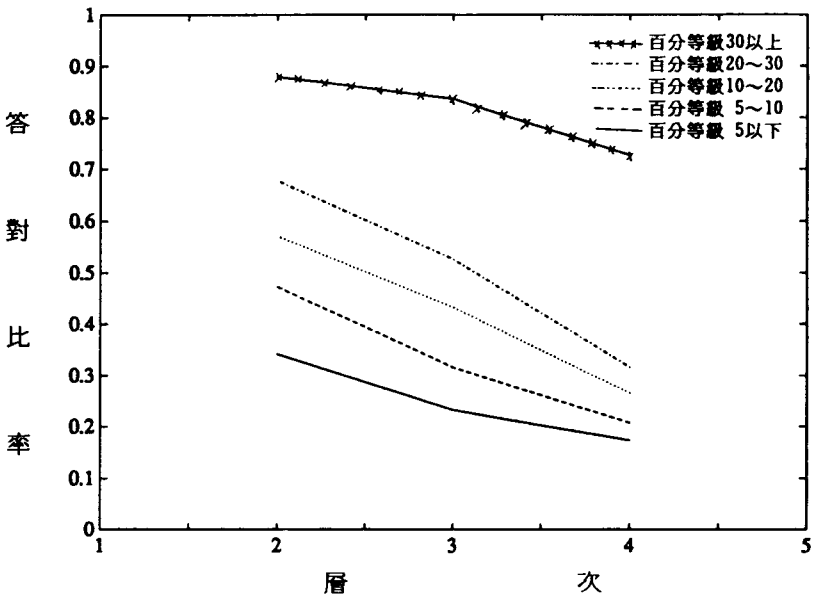
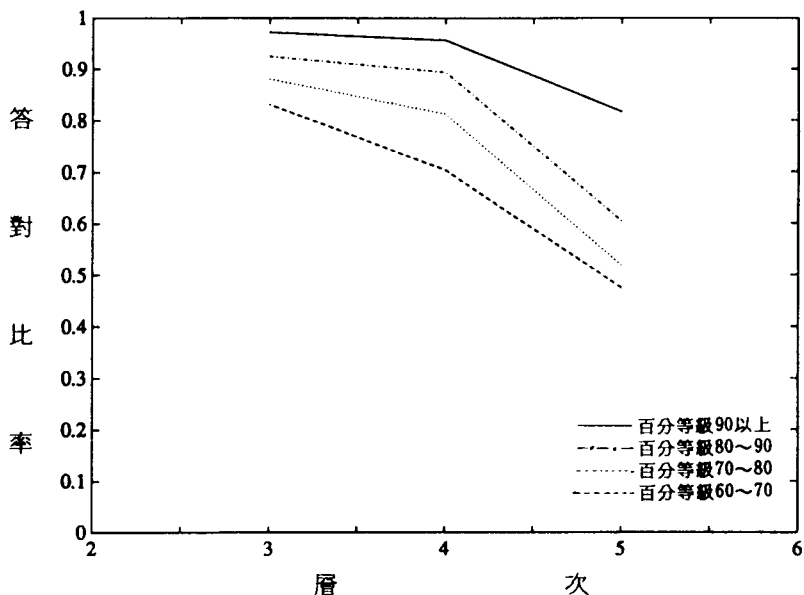


圖6.16 高能力組學生在進階測驗之各層次的答對比率



#### (五)常模

附錄 5-9、5-10所呈現的是國小四年級基礎與進階數學標準參照測驗真分數與百分等級及T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究所採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為50，標準差為10的標準分數。

### 第三節 國小五年級數學學習困難及資賦優異篩選測驗之發展

#### 一、分式測驗結構

表6.7和表6.8是基礎與進階數學標準參照測驗的雙向細目表：

表6.7 五年級基礎數學標準參照測驗雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	總題數
<b>壹、數的運用</b>				
一、整數				
1. 整數的概念	1	1		2
2. 乘與除		1	2	3
3. 四則運算	1	1	1	3
4. 因數、倍數			1	1
5. 解題策略	1	1	1	3
二、分數				
三、小數	1	3	2	3
<b>貳、測量</b>				
一、長度				
二、時間	1		2	3
三、體積		1		1
四、速度		1		1
五、角度	1			1
<b>參、圖形空間</b>				
一、平面圖形				
	1	1		2
<b>肆、統計圖表</b>				
	1	1	1	3
總題數	8	11	11	30

表6.8 五年級進階數學標準參照測驗雙向細目表

	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>				
一、整數				
1. 乘與除	1	1		2
2. 四則運算	1	2		3
3. 因數、倍數		1	2	3
4. 解題策略		2	1	3
5. 比、比值、比例	1		1	2
二、分數				
三、小數	1	2	1	2
<b>貳、測量</b>				
一、長度				
二、時間	2	1	1	4
三、面積		2	1	3
四、速度		1	1	2
五、角度		1		1
<b>參、圖形空間</b>				
一、平面圖形				
			2	2
總題數	6	14	10	30

## 二、分式測驗統計特徵

### (一) 題目參數摘要

表 6.9 為整編後基礎、進階二式測驗之 IRT 參數摘要表，就難度及鑑別度來看，兩式之平均難度分別為 -0.59 及 0.79，平均鑑別度為 0.98 及 1.29，即基礎版比進階版明顯容易，旨在篩選疑似學習困難學童。進階版的鑑別度略高，主要在鑑別較高能力學童。

表6.9 五年級基礎與進階數學標準參照測驗IRT 題目參數摘要表(每式題數n=30)

	基		礎		進		階		
	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)
平均數	.98	-.59	.18	1.29	.79	.21			
標準差	.50	.46	.09	.57	.71	.09			
中數	.78	-.57	.18	1.19	.67	.21			
最大值	2.07	.24	.33	2.47	2.04	.35			
最小值	.44	-1.67	.03	.49	-.35	.05			

### (二) 訊息與測驗誤差曲線特徵

圖 6.17 呈現的是重整後兩式數學科標準參照測驗的訊息曲線。就基礎版來看，對於能力點在 -2 ~ 1 之受試者提供較為豐富的訊息，進階版則對能力點 0 ~ 2 之受試者提供較豐富的訊息。圖 6.18 呈現的是兩式測驗的誤差曲線，基礎測驗適合考能力點在 -2 ~ 1 之間的學生，而進階測驗適合鑑別能力點在 -0.5 ~ 2.5 的學生。顯示兩份測驗對其預定功能的適切性。

### (三) 認知層次特徵曲線與標準誤曲線

圖 6.19 和圖 6.20 分別呈現的是基礎版和進階版的認知層次特徵曲線。這些特徵曲線與題庫的認知層次特徵曲線非常接近，因此每一式測驗對學生通過比率的估計也大致雷同。基礎版旨在判斷學童是否達到層次二、三和四。而進階版則主要區辨層次四、五及六。

圖 6.21、圖 6.22 呈現各認知層次之測驗標準誤曲線，圖 6.21 為基礎版各認知層次之測驗標準誤曲線，大致而言，各層次對其預定鑑別能力點左右的誤差多在 .40 上下，即信度多在 .8 和 .9 之間。



圖6.17 基礎與進階數學標準參照測驗訊息曲線

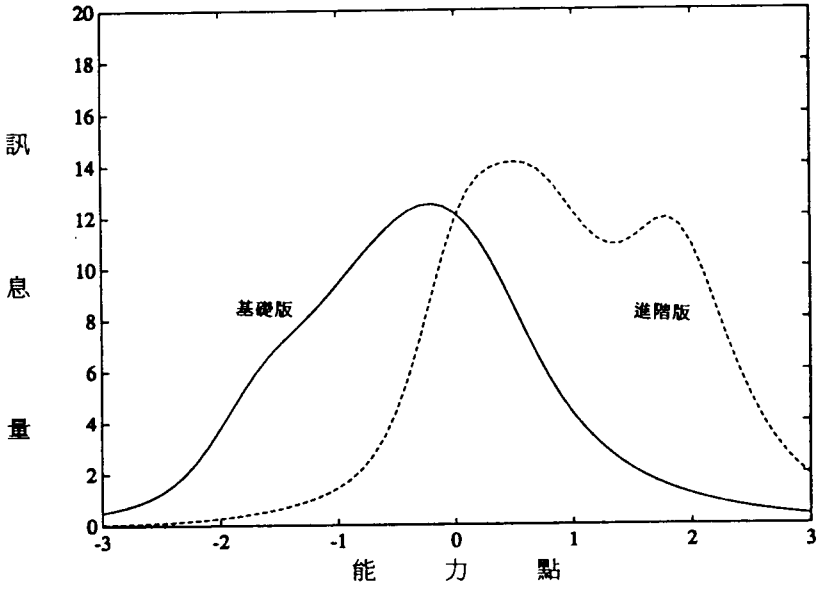


圖6.18 基礎與進階數學標準參照測驗標準誤曲線

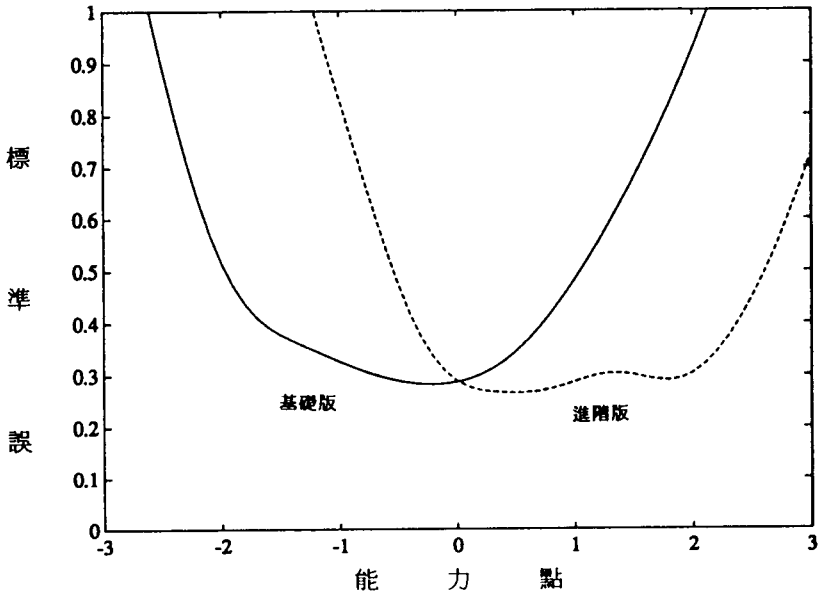


圖6.19 五年級基礎數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

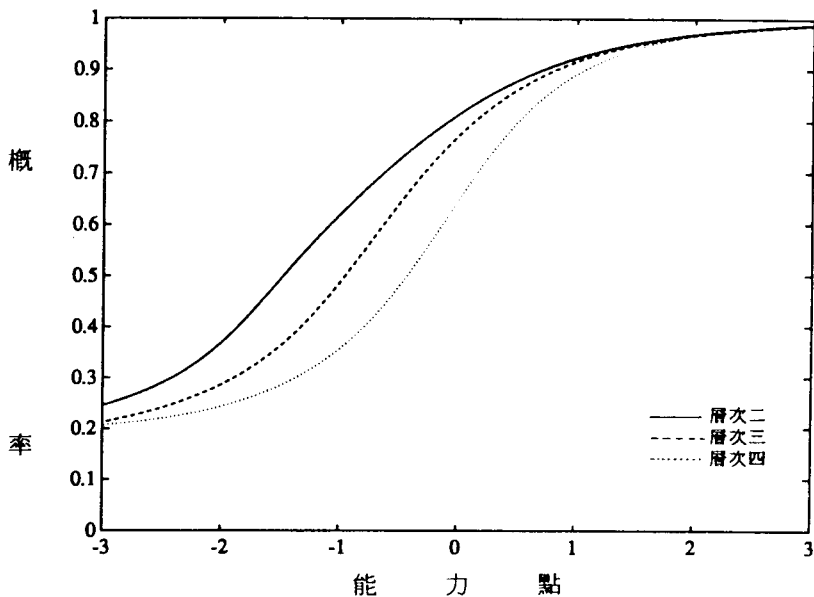


圖6.20 五年級進階數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

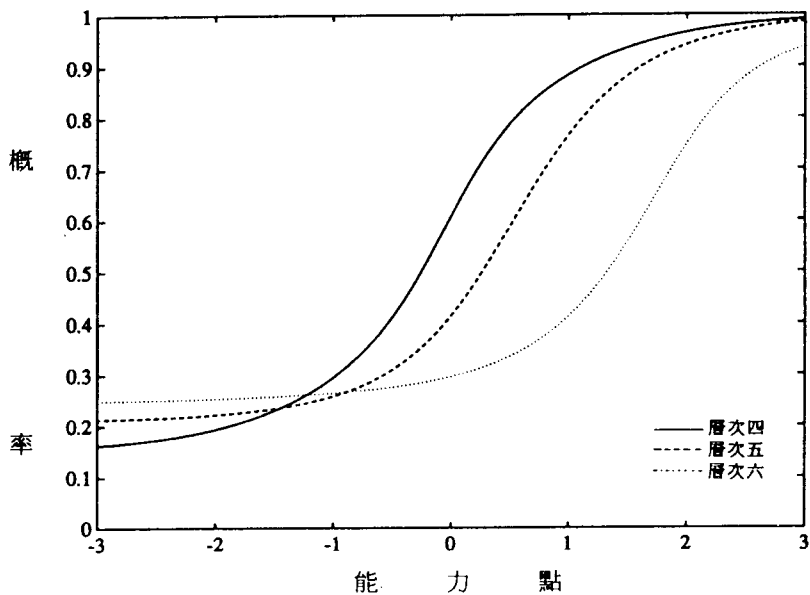


圖6.21 五年級基礎數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線

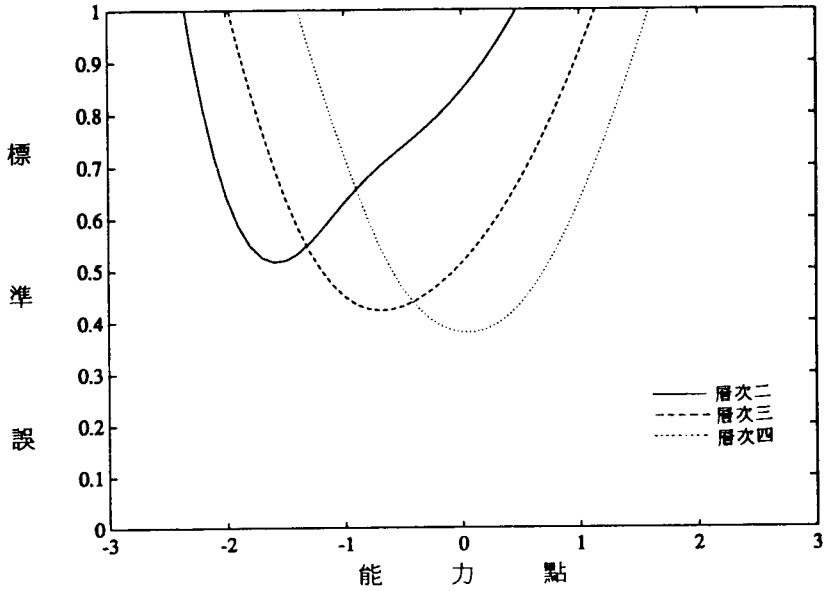
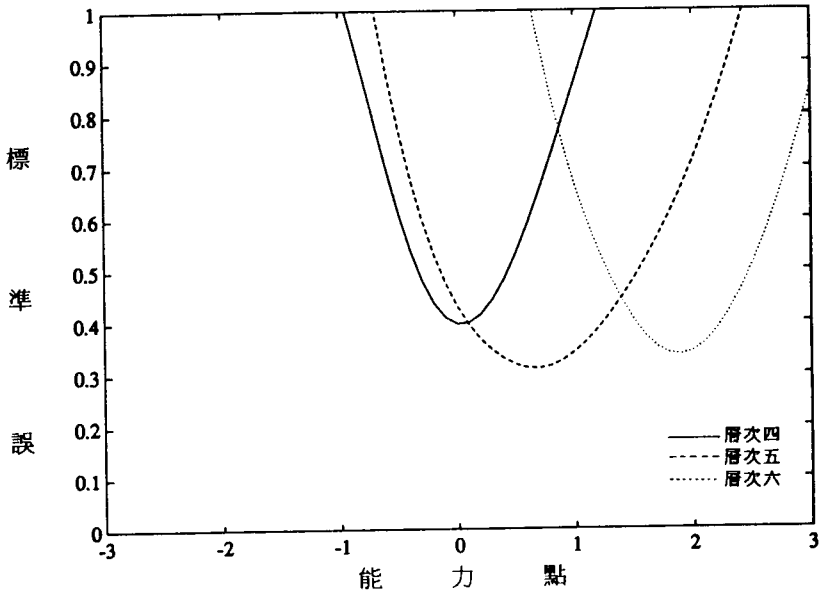


圖6.22 五年級進階數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



#### (四) 區辨效益

圖 6.23 是各百分等級在 5 以下、5 到 10、10 到 20、20 到 30、及 30 以上不同能力組的學生在基礎測驗各層次的通過比率。由圖可知整個測驗的答對比率隨著能力百分等級的提高而提昇，而同樣百分等級學生的答對比率卻隨著層次的增加而降低，換句話說，基礎版測驗可以相當有效的區辨百分等級在 40 以下的學童。圖 6.24 呈現的則是進階版測驗中百分等級在 70 以上學童的表現差異，層次六對高能力群的區辨效果明顯優於層次四與五。整體而言，兩式測驗對各自預定的功能而言都是相當精簡適切的篩選工具。

圖 6.23 低能力組學生在基礎測驗各層次之平均答對比率

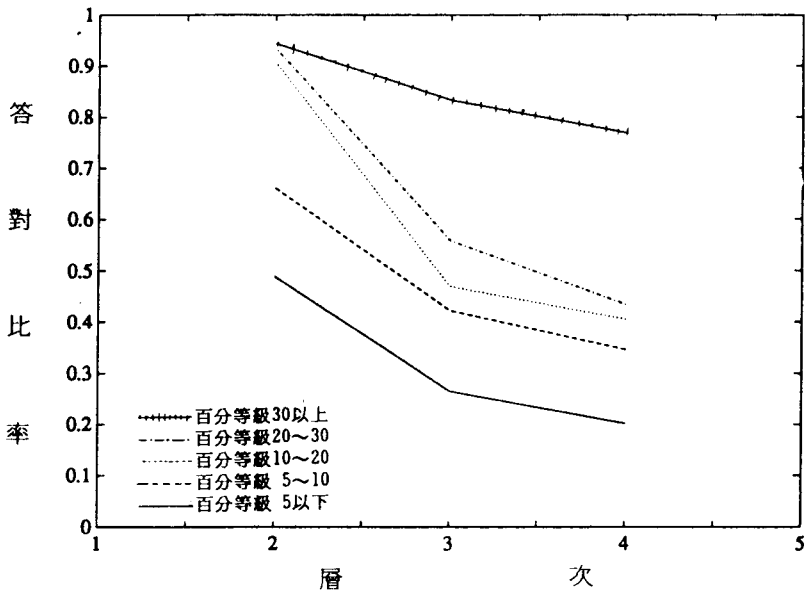
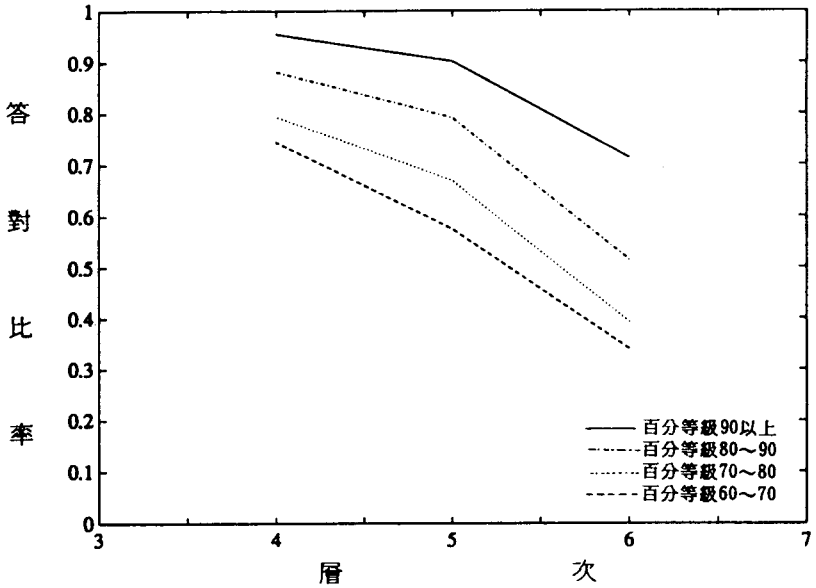


圖6.24 高能力組學生在進階測驗各層次之平均答對比率



(五)常模

附錄5-16、5-17所呈現的是國小五年級基礎與進階數學標準參照測驗真分數與百分等級及T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究所採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為50，標準差為10的標準分數。

## 第四節 國小六年級數學學習困難及資賦優異篩選測驗之發展

### 一、分式測驗結構

表6.10和表6.11是基礎與進階數學標準參照測驗的雙向細目表：

表6.10 六年級基礎數學標準參照測驗雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	總題數
<b>壹、數的運用</b>					
一、整數					
1. 整數的概念	1		1		2
2. 乘與除			1		1
3. 四則運算			1		1
4. 解題策略		2	6		8
5. 比、比值、比例		1	2		3
二、分數					
		2	2		4
三、小數					
			1		1
<b>貳、測量</b>					
一、容量					
			1		1
二、時間					
	1				1
三、體積					
	1	1			2
四、速度					
		1			1
<b>參、圖形空間</b>					
一、平面圖形					
		1	1		2
二、立體圖形					
		2			2
<b>肆、統計圖表</b>					
				1	1
總題數	3	10	16	1	30

表6.11 六年級進階數學標準參照測驗雙向細目表

	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>				
一、整數				
1. 整數的概念	1			1
2. 四則運算	1			1
3. 解題策略	4	5	3	12
4. 比、比值、比例		3		3
二、分數				
	1	2	1	4
三、小數				
		1	1	2
<b>貳、測量</b>				
一、時間				
	1		1	2
二、速度				
			2	2
<b>參、圖形空間</b>				
一、平面圖形				
	1		1	2
二、立體圖形				
	1			1
總題數	10	11	9	30

## 二、分式測驗統計特徵

### (一) 題目參數摘要

表 6.12 為整編後基礎、進階二式測驗之 IRT 參數摘要表，就難度及鑑別度來看，兩式之平均難度分別為  $-.90$  及  $.30$ ，平均鑑別度為  $1.06$  及  $1.47$ ，即基礎版比進階版容易，旨在篩選疑似學習困難學童。進階版的鑑別度略高，主要在鑑別較高能力學童。

表6.12 六年級基礎與進階數學標準參照測驗 IRT 題目參數摘要表(每式題數 $n=30$ )

	基 礎			進 階		
	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)	鑑別度(a)	難度(b)	猜對率(c)
平均數	1.06	-.90	.17	1.47	.30	.23
標準差	.35	.46	.09	.59	.65	.08
中數	1.00	-.86	.16	1.46	.34	.23
最大值	1.85	.43	.43	2.39	1.39	.43
最小值	.41	-1.87	.05	.41	-.82	.05

### (二) 測驗訊息與誤差曲線

圖 6.25 呈現的是重整後兩式數學科標準參照測驗的訊息曲線。就基礎版來看，對於能力點在  $-2 \sim 1$  之受試者提供較為豐富的訊息，進階版則對能力點  $0 \sim 2$  之受試者提供較豐富的訊息。

圖6.25 基礎與進階數學標準參照測驗訊息曲線

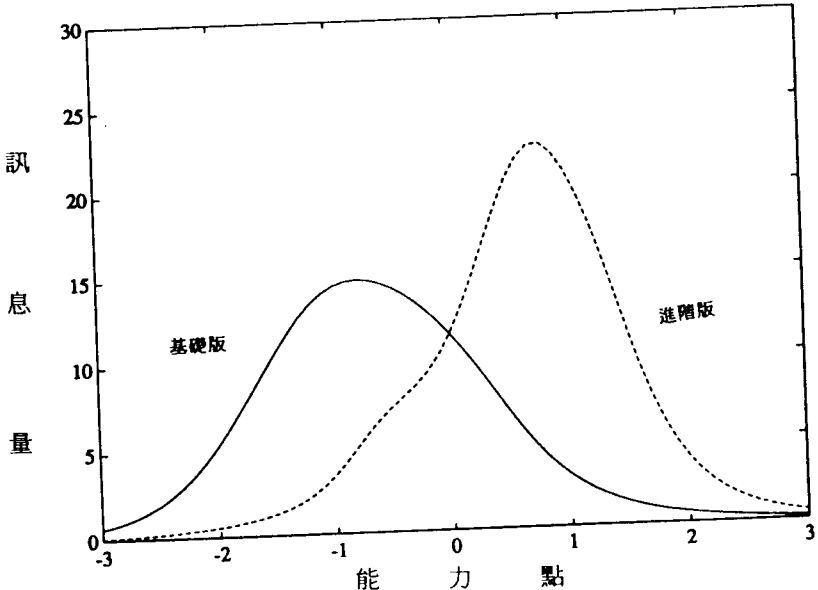
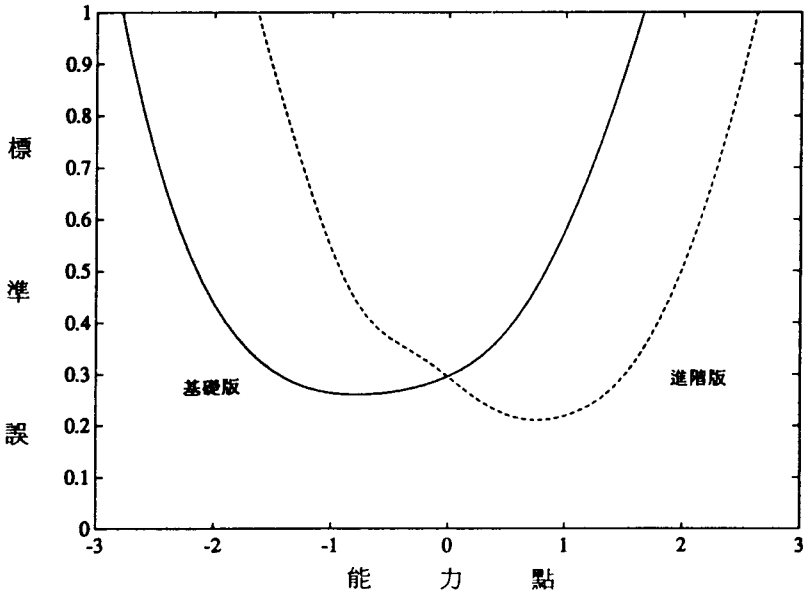


圖 6.26 呈現的是兩式測驗的誤差曲線，基礎測驗適合考能力點在  $-2 \sim .5$  之間的學生，而進階測驗適合鑑別能力點在  $-.5 \sim 2$  的學生。顯示兩份測驗對其預定功能的適切性。

圖6.26 基礎與進階數學標準參照測驗標準誤曲線



### (三) 認知層次特徵及標準誤曲線

圖 6.27 和圖 6.28 分別呈現的是基礎版和進階版的認知層次特徵曲線。這些特徵曲線與題庫的認知層次特徵曲線非常接近，因此每一式測驗對學生各層次通過比率的估計也大致雷同。基礎版旨在判斷學童是否達到層次三和四。而進階版則主要區辨層次四、五及六。

圖 6.29、圖 6.30 呈現各認知層次之測驗標準誤曲線，圖 6.29 為基礎版之認知層次測驗標準誤曲線，基礎版測驗目的在初步甄別數學學習上有困難的學童，層次三對能力點在  $-1.0$  左右的學生，信度為  $.90$  左右，對於能力點在  $-1.5$  左右，信度可達  $.85$ ，層次四對能力點在  $0$  左右的學生，信度也在  $.85$  左右。進階版測驗目的在初步鑑別數學資賦優異的學生，層次五對能力值  $.5$  左右的學生，信度約為  $.90$ ，對於能力點在  $1.0$  左右的學生，信度仍可達  $.85$ ，層次六對於能力點在  $1.2$  左右的學生，信度亦達  $.9$ ，而對於能力點在  $1.8$  的受試者，信度仍可達  $.85$ 。



圖6.27 六年級基礎數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

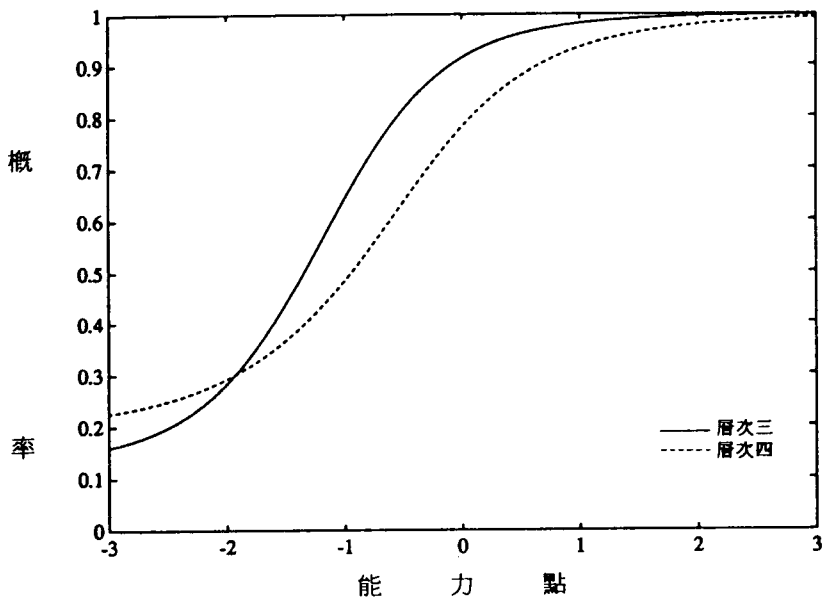


圖6.28 六年級進階數學標準參照測驗認知層次特徵曲線

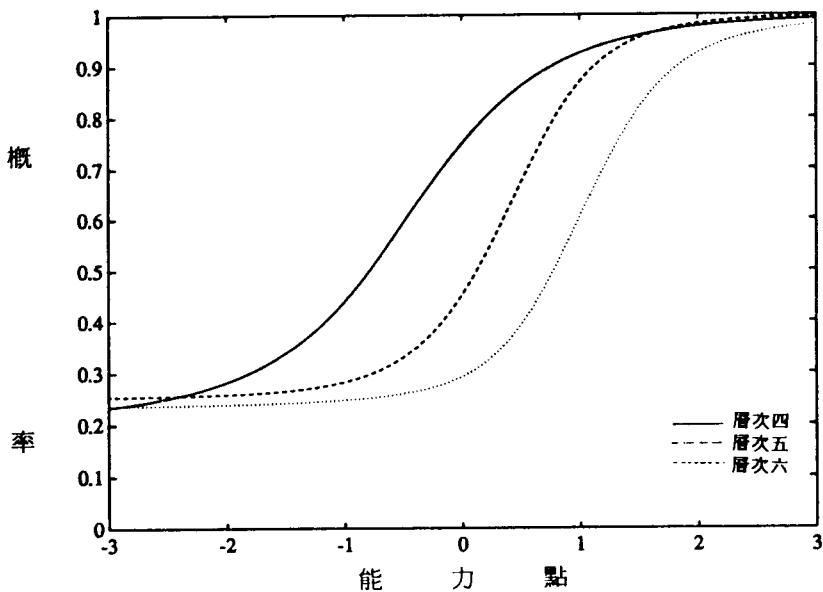


圖6.29 六年級基礎數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線

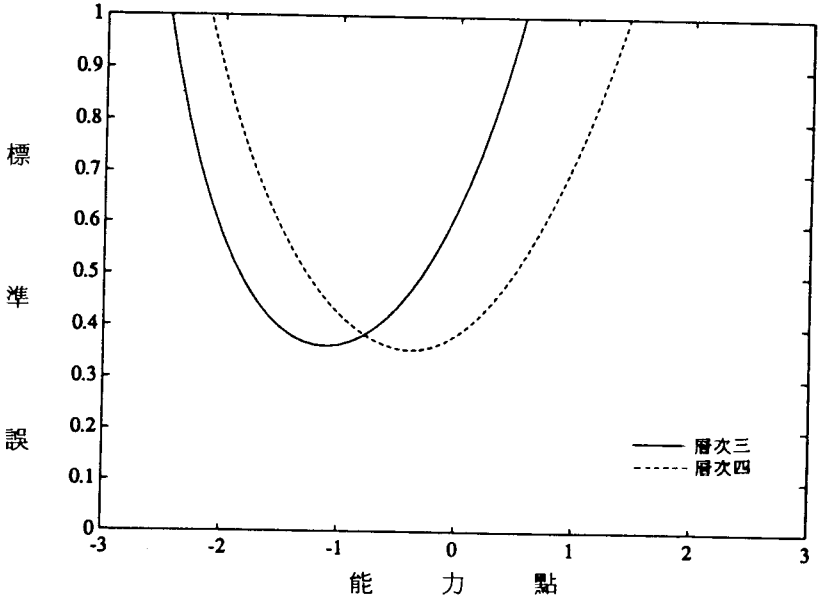
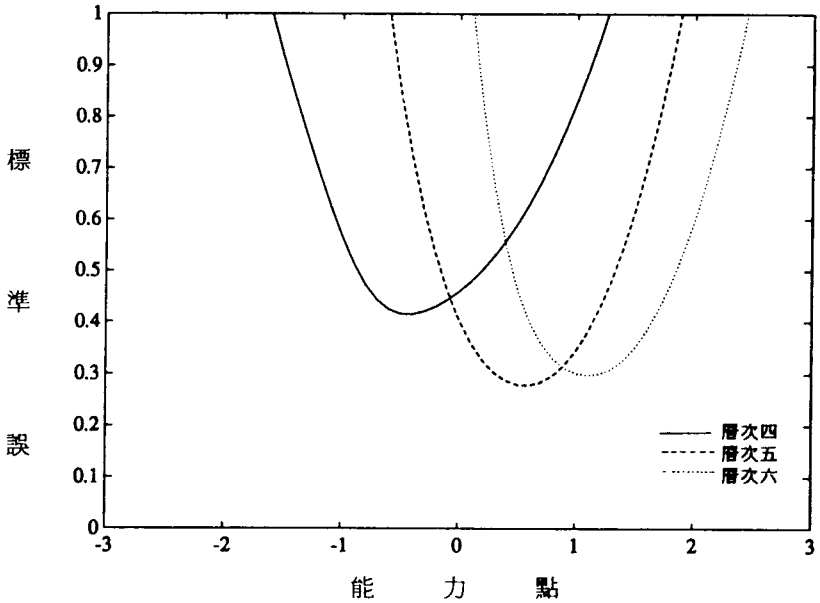


圖6.30 六年級進階數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



#### (四)區辨效益

圖 6.31 是各百分等級在 5 以下、5 到 10、10 到 20、20 到 30、30 以上能力組學生在基礎測驗各層次的通過比率。圖中顯示答對比率隨著能力百分等級的提高而上揚，而同樣百分等級能力學生的答對比率隨著認知層次的提高而下降，換句話說，基礎版測驗可以相當有效的區辨百分等級在 30 以下的學童。圖 6.32 呈現的則是進階版測驗中百分等級在 60 以上學童的表現差異，層次六對高能力群的區辨效果略優於層次四與五。整體而言，兩式測驗對各自預定的功能而言都是相當精簡適切的篩選工具。

圖6.31 低能力組學生基礎測驗各層次的平均答對比率

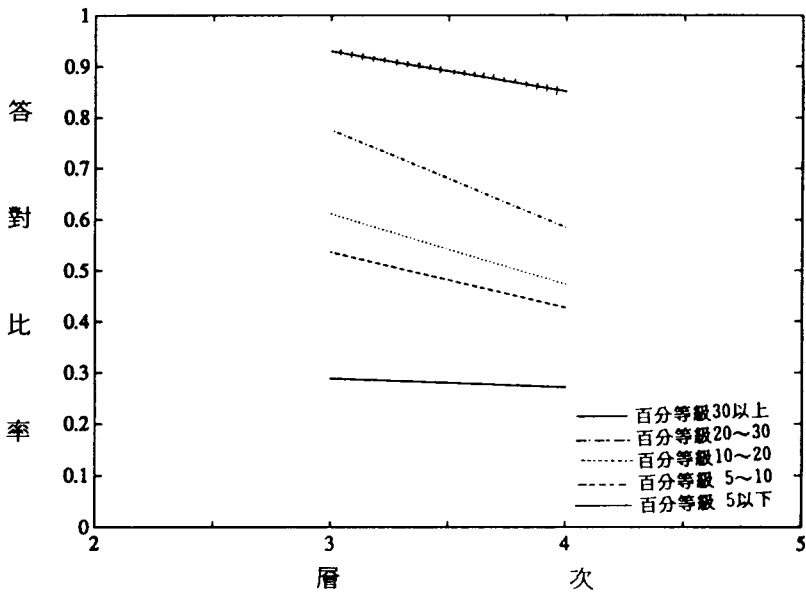
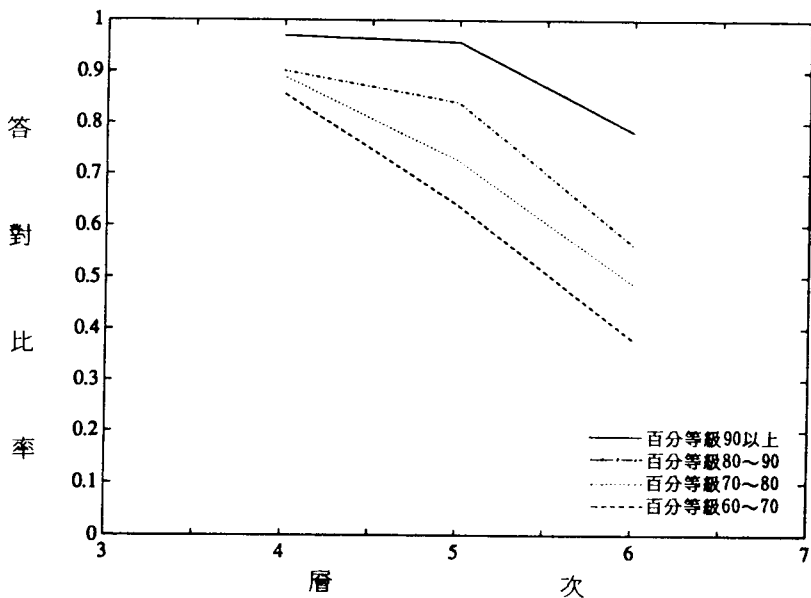


圖6.32 高能力組學生進階測驗各層次的答對比率



(五)常模

附錄5-20、5-21所呈現的是國小六年級基礎與進階數學標準參照測驗真分數與百分等級和T分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級及T分數。本研究所採用的T分數是原始分數的線性轉換，其平均數為50，標準差為10的標準分數。

## 第五節 國小三年級數學資源班學童學習困難的篩選與診斷

本節呈現國小三年級資源班在基礎數學標準參照測驗的結果。有關三年級基礎數學標準參照測驗測驗的結構與統計特徵，已於第一節詳細討論，在此僅作扼要摘述。討論放在資源班學童成就水準與常模的比較及其所隱含教學相關訊息的意義，最後提供初步效標關聯效度的資料。

### 一、基礎數學標準參照測驗的結構及統計特徵

#### (一)基礎數學解題思考認知層次結構

本研究在發展國小三年級數學標準參照測驗時，主要以 83 學年度國民小學三年級數學教科書為依據，依教材內容及認知層次擬定命題計劃，再參閱相關之國內外測驗及文獻編擬試題。在三年級標準參照測驗的題庫建立後，研究者將之重整為具有篩選功能的兩份測驗：一份是適合鑑別中低能力學生，可用來篩選數學學習有困難學童的基礎版；另一份是適合鑑別中高能力學生的進階版，可用來甄選數學資優的學生，兩式測驗施測時間都以一節課（40 分鐘）為原則。表 6.13 呈現的是基礎數學標準參照測驗的解題思考認知層次結構。測驗的內容與認知層次的雙向細目表請參閱第一節表 6.1。

表6.13 三年級基礎數學解題思考認知層次結構

---

#### 層次一：

---

1. 明白分數的構成元素及其表示方法（如分母、分子及讀法）。
2. 能進行長度、容量、時間的估計及不同轉換單位的比較。
3. 知道長方體和正方體的構成要素：面、邊、頂點及其個數；並能判別其透視圖及展開圖。
4. 能判讀統計圖表的資料如長短或多寡。

---

#### 層次二：

---

1. 明白整數十進的概念。
2. 知道乘、除運算中各種數值的定義並能運用乘、除解決單一步驟的問題。
3. 明白除法中餘數的意義並能進行驗算。
4. 明白四則混合運算的順序並能進行簡單步驟的運算。
5. 能處理同分母分數的問題（如比較大小、加減）。
6. 能處理一位小數數線問題並進行簡單運算（如加減或乘/除數是整數的運算）。
7. 認識長度、重量、容量基本單位間的關係並能進行轉換運算。
8. 能判讀以五十克或一百克為刻度單位的工具，並進行重量的比較。
9. 能讀出時鐘所代表的時刻並進行時間相關的判斷。
10. 能判讀統計圖或依據所提供的資料判斷圖表的正確性。

---

#### 層次三：

---

1. 能適切引用圖表資料進行包含計算的解題。
-

## (二) 三年級基礎數學標準參照測驗統計特徵

就難度及鑑別度來看，其平均難度為  $-1.14$ ，平均鑑別度為  $1.03$ ，因為本測驗旨在篩選疑似學習困難學童，所以測驗編輯時除了內容結構考慮外，以難度較低、鑑別功能強的題目為主，期能經濟、準確的篩選出數學能力薄弱的群體。題目參數統計摘要表，參閱第一節表 6.3。

圖 6.33 呈現的是基礎數學科標準參照測驗的訊息曲線。訊息曲線越高的地方表示其所對應 X 軸能力水準考生能力的測量越精確。整體而言，基礎版對於能力點在  $-2 \sim 0$  之受試者提供較合理豐富的訊息。圖 6.34 呈現的是測驗誤差曲線，適當的測驗，我們期許其標準誤應在 .4 以下，(信度在 .85 以上)。由圖可知，能力點在  $-1.0$  的學生，測驗標準誤為  $0.3$ (信度 .91)，對於能力點為  $-1.5$  的學生其信度可達 .9，能力值在  $-2.0$  的學生，其信度亦達 .85，而能力點在  $0.0$  的學生，信度仍可達 .87 的水準；整體而言，基礎版測驗對於能力點在  $-2 \sim 0$  之間的學童來講是適合的。這些資料具體顯示基礎版測驗試題對其預定功能的適切性。

圖6.33 三年級基礎數學標準參照測驗訊息曲線

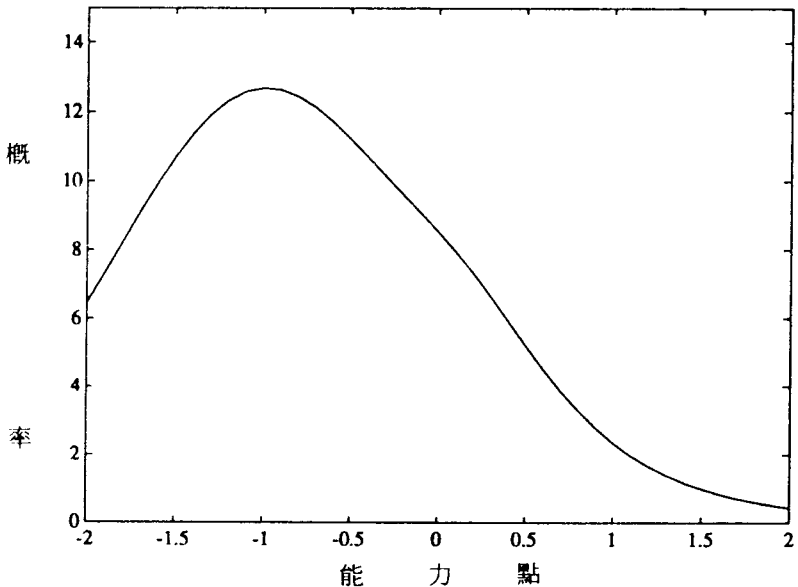
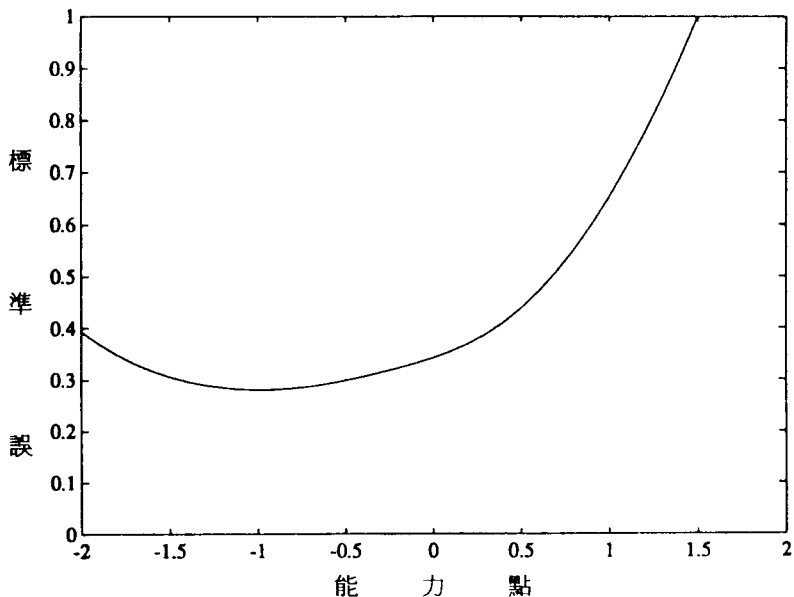


圖6.34 三年級基礎數學標準參照測驗標準誤曲線



依基礎版的認知層次特徵曲線圖判斷 (請參閱第一節圖 6.3)。基礎版旨在判斷學童是否達到層次一和二。若以答對率.70 為通過標準,那麼能力點在平均數 -1.5 左右的學生將被歸類為通過層次一但未達層次二;能力點在 -0.5 以上的學生可以通過一、二層次。整體而言,若採平均答對預期 0.7 為標準,圖 6.3 顯示三年級學童通過兩個層次的估計值依序為 88%、69%。換句話說,本研究估計有 12% 的三年級學童亟待補救教學。因為他們尚未能精熟層次一的核心基礎概念,諸如分數的表示、測量基本單位的認識、圖表的判讀和立體圖的透視。通過層次一未達層次二的學生在教學上可加強整數十進的概念、數的運算及驗算、圖表資訊的操控運作及推衍、測量單位的轉換運算。而通過層次二以上的學生則可精概其三年級數學概念及數學語言的區辨與運用。

## 二、資源班學生在基礎數學標準參照測驗之表現

本章資料的資源班學童來自高雄市 15 所學校及台北市 9 所學校,共 24 班 273 人(男生 154 人,女生 119 人)。表 6.14 呈現的是這群學生在基礎數學標準參照測驗的結果描述統計摘要。資源班學生原始得分平均為 20.6,整式測驗平均答對比率為 .69。圖 6.35 為資源班學童的能力分配情形,一般而言,資源班學童的能力多分佈在 -1.5 ~ 0.5 之間,顯示基礎版測驗對資源班學童來說是相當適切的篩選和初步診斷工具。

表6.14 資源班學生基礎數學標準參照測驗結果統計摘要表  
(人數N=273)

	平均數	標準差	中數	眾數
原始分數	20.62	5.56	22	22
標準分數	41.44	9.34	43	43
能力估計	-.67	.70	-.59	-.49

圖6.35 三年級資源班學童能力分配圖

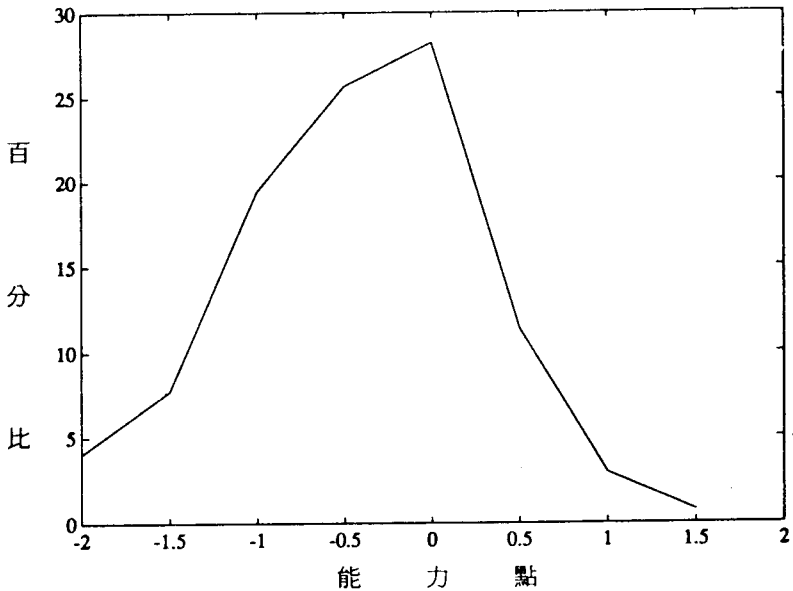


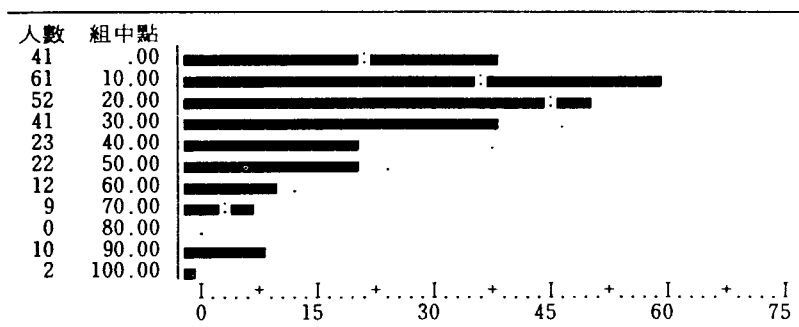
表 6.15 及圖 6.36 呈現資源班學童測驗結果百分等級次數分配概況，資料顯示，資源班學童幾近半數百分等級在 20 以下，而百分等級 50 以下的學生佔了 88%，雖然以資源班為效標可能仍有爭議，但基礎數學標準參照測驗對數學學習困難的篩選功能應可得到初步的肯定。資料中仍有少數學生（4%左右）在百分等級 80 以上，我們懷疑這群學生可能是錯誤安置的一群。



表6.15 資源班學童百分等級次數分配摘要表

百分等級	人數	佔全部人數比率
20以下	129	47.3%
50以下	240	87.9%
80以上	12	4.4%

圖6.36 資源班學童百分等級次數分配圖



### 三、資源班與常模能力分配之比較

表 6.16、圖 6.37 及圖 6.38 呈現的是資源班及常模能力分配的對照，兩群體平均能力差異約有 0.8 個標準差，資源班學童可能已排除智力極低個案，所以能力分配標準差略小於常模。兩群體的能力分配顯示，資源班的能力明顯低於常模，資源班學生有較大比率集中在能力點 -2 ~ 0.5 之間，而常模則較集中在 -1 ~ 1.5 之間。

表6.16 資源班及常模能力描述統計摘要表

	平均數	標準差	中數	最大值	最小值	人數
常模	.01	.84	.09	1.58	-2.41	2411
資源班	-.67	.70	-.59	1.13	-2.77	273

圖6.37 資源班及常模能力次數百分比之比較

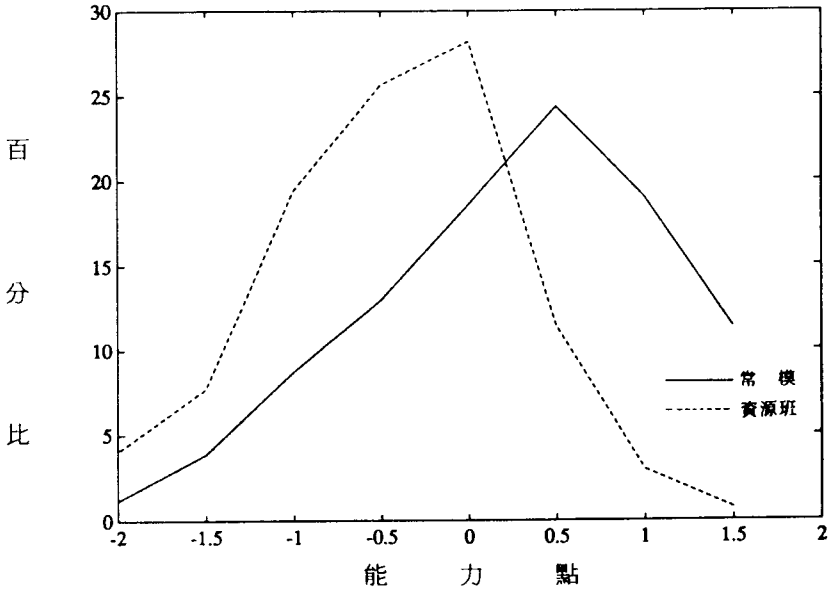


圖6.38 資源班及常模能力次數累積百分比之比較

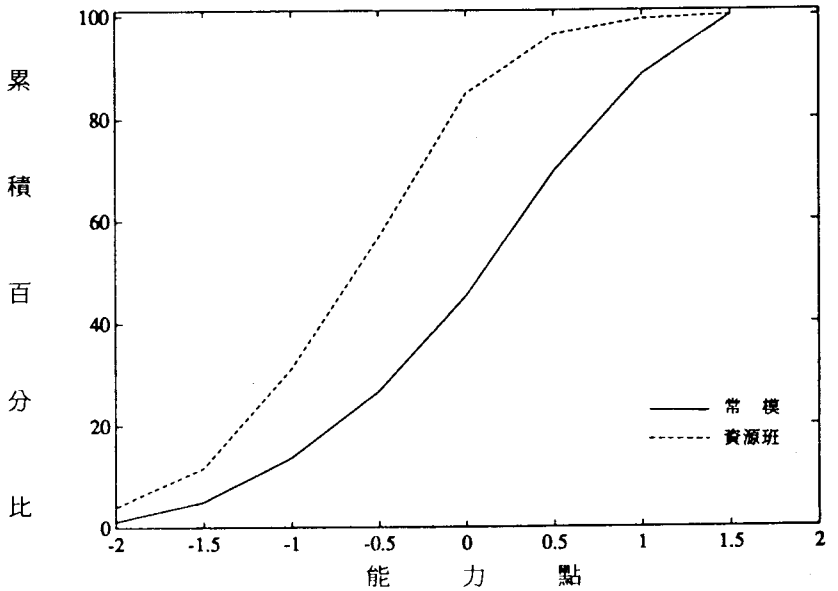
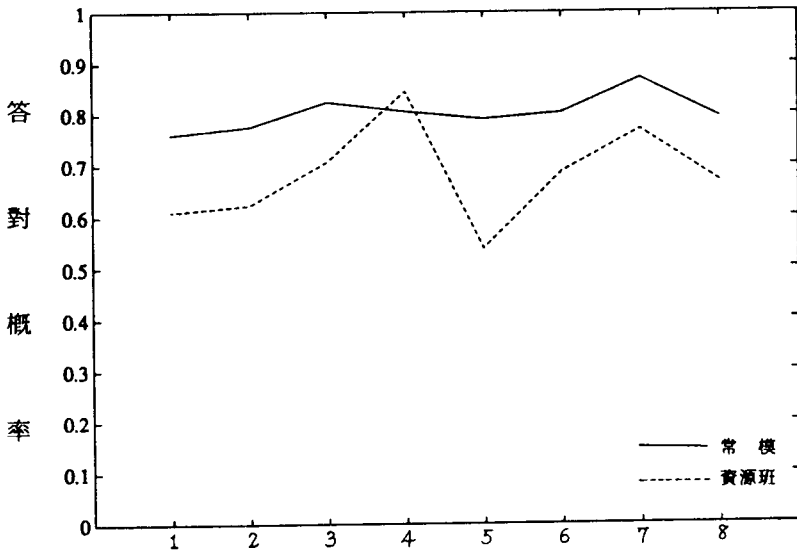


圖 6.39 呈現的是常模及資源班在八類題目內容的答對比率比較，兩折線顯示，資源班的整體解題能力較弱，其中以小數運作的落差稍大，其餘反應組型大致與常模接近。在兩組對照的比較中，我們以資源班與常模的答對比率差異幅度將試題分成三組，其中沒有明顯差異(答對比率差異在.06 以下)的題目主要為分數圖形表徵及大小判斷、圖表刻度標示完整時簡單資料的判讀或比較及單一步驟列式的問題。中度差異(答對比率差異在.07 至.16 之間)的題目多為圖表資訊的簡單操控運作或推衍、單一步驟的解題、算式的解釋或辨識及長方體展開圖的辨識。相對而言，對能力弱的學生比較困難的狀況(答對比率差異在.16 以上)為題目中出現大量可能的數字性訊息，或數學語意接近的區辨，資源班學生相對的較未能適切掌握相關的界定，容易產生混淆而無法正確的切入解題方向。

圖6.39 資源班及常模在八類題目內容的平均答對概率比較



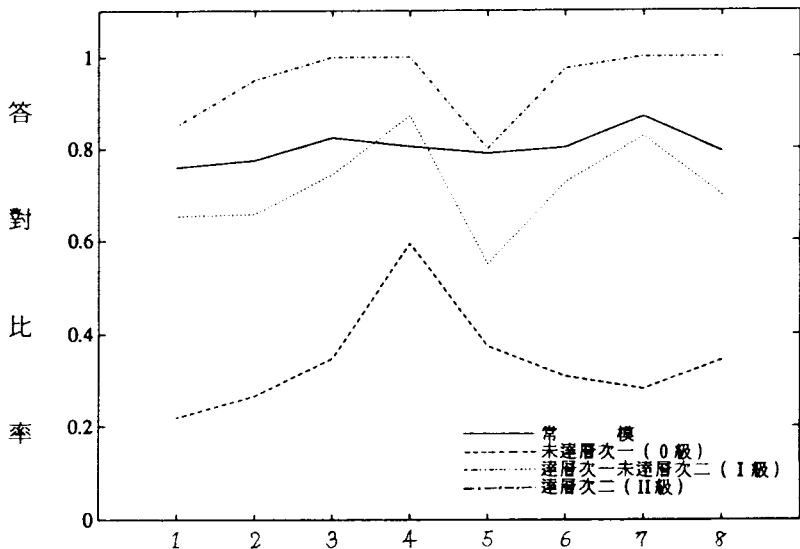
[註] 1 整數的概念，2 加與減，3 乘與除，4 分數，5 小數，6 測量，  
7 圖形空間，8 統計圖表

基礎測驗主要在區辨學生是否能夠通過層次一與層次二，研究中將資源班學生依序分成「0級」、「I級」及「II級」三類，討論三類學生在各題目內容反應組型的差異，企圖對協助數學學習困難的學童的教學提供初步方向。由表6.17 各級人數比率來看，資源班在「0級」的比率為12%，與常模中推估亟待補救的比率一致。最主要資源班大多數學生為通過層次一未達層次二的「I級」學生，佔資源班85%。換句話說，目前資源班學童最需強化的是層次二的解題思考。圖6.40 呈現的是常模與資源班三個層次的學童在八類題目內容的答對比率比較。

表6.17 三年級常模與資源班通過三種層次的學童在八類題目內容的答對比率比較

	人數	整數 的概念	加與減	乘與除	分數	小數	測量	圖形 空間	統計 圖表	全測驗
常模	2411	.76	.78	.82	.81	.79	.80	.87	.79	.80
資源班										
0級	32	.22	.27	.35	.59	.38	.31	.28	.34	.34
I級	231	.65	.66	.74	.87	.55	.73	.83	.70	.72
II級	10	.85	.95	1.00	1.00	.80	.98	1.00	1.00	.97

圖6.40 常模與資源班三級學童在八類題目內容的答對比率比較



[註] 1 整數的概念，2 加與減，3 乘與除，4 分數，5 小數，6 測量，7 圖形空間，8 統計圖表

就表 6.17 及圖 6.40 所呈現的結果而言，資源班三組學童答對概率組型雷同，但部份內容仍存在組型差異點，值得教學處理的注意。「0 級」學童整體明顯弱於其他各組，尤其在測量及圖形空間解題的答對概率落後幅度更大，顯示「0 級」學童對於測量及圖形空間的相關概念亟待補強，而「I 級」學童則在統計圖表的表現相對的較弱。「II 級」學童在各題目內容答對比率皆比常模高，顯示錯誤安置的事實。整體而言，資源班學童答對比率在小數部份驟降，顯示小數基本概念的學習對資源班學生可能是較為困難的。

### 三、效度資訊

本研究初步以基礎標準參照測驗結果與資源班考生在校數學和國語總平均成績之相關為效標關聯效度的資料，由於各校各班給分的量尺不一，因此以班級為單位先求得各班成績與數學標準參照相關後再進行描述統計討論。表 6.18 呈現相關係數統計摘要，就整體而言，與在校數學相關在 .70 左右，最高分別達 .92、.94，最低為 -.06 及 .29，大致上本測驗與學校數學科學習評量有中強度的正相關。而資源班在校國語成績與數學標準參照測驗相關係數在 .50 左右，比數學成績的相關弱了 20 個百分點，大致符合邏輯上的預期。表中同時提供常模題庫建立時效標資訊以為參照，在常模資料數學標準參照測驗（甲、乙、丙三式）與在校數學成績相關資料分配的集中趨勢與資源班雷同；兩分配標準差有很大不同，換言之，資源班學生在校成績與基礎數學標準參照測驗的相關較為穩定，不若常模資料浮動。應提出附註的是常模資料包含全台灣區學童，資源班學童只來自台北、高雄兩院轄市。

表6.18 常模與資源班在校成績與數學標準參照測驗相關描述統計摘要

		平均數	標準差	中數	最大值	最小值	班級數
常模 (三式)	數學	.66	.19	.70	.92	-.06	78
資源班 (基礎版)	數學	.69	.03	.69	.94	.29	24
	國語	.49	.06	.54	.93	.05	23

本節呈現三年級數學資源班在基礎數學標準參照測驗的結果，討論基礎數學標準參照測驗對資源班學童的篩選與診斷功能。發展三年級標準參照測驗的題庫後，研究者再編輯出具有不同篩選功能的基礎與進階兩測驗。因為基礎數學標準參照測驗旨在篩選疑似學習困難學童，所以測驗編輯時除了內容結構考慮外以難度較低、鑑別功能強的題目為主，期能經濟、準確的篩選出數學能力薄弱的群體。整體而言，基礎版測驗對於能力點在 -2 ~ 0 之受試者提供合理豐富的訊息(信度在 .85 以上)。

三年級基礎數學標準參照測驗能分辨學童數學解題思考是否達到層次一或層次二。若採答對預期率0.7為標準，三年級學童通過兩個層次的估計值依序為88%和69%。換句話說，本研究估計有12%的三年級學童亟待補救教學。因為他們尚未能精熟層次一的核心基礎概念，諸如分數的表示、測量基本單位的認識、圖表的判讀和立體圖的透視。通過層次一未達層次二的學生在教學上可加強整數十進的概念、數的運算及驗算、圖表資訊的操控運作及推衍、測量單位的轉換運算。而通過層次二以上的學生則可精緻其三年級數學概念及數學語言的區辨運用。

與常模比較，資源班的整體解題能力較弱（與常模平均約有0.8個標準差的落後），其中以小數運作的落差最大，其餘反應組型大致與常模接近。在兩組對照的比較中，我們以資源班與常模的答對比率差異幅度將試題分成三組，其中沒有明顯差異（答對比率差異在.06以下）的題目主要為分數圖形表徵及大小判斷、圖表刻度標示完整時簡單資料的判讀或比較及單一步驟列式的問題。中度差異（答對比率差異在.07至.16之間）的題目多為圖表資訊的簡單操控運作或推演、單一步驟的解題、算式的解釋或辨識及長方體展開圖的辨識。相對而言，對能力弱的學生比較困難的狀況（答對比率差異在.16以上）為題目中出現大量可能的數字性訊息，或數學語意接近的區辨，資源班學生相對的較未能適切掌握相關的界定，容易產生混淆而無法正確的切入解題方向。

研究中將資源班學生依序分成「0級」、「I級」及「II級」三類，討論三類學生在各題目內容反應組型的群體內差異，企圖對協助數學學習困難的學童的教學提供初步方向。由各級人數比率來看，資源班在「0級」的比率為12%，與常模中推估亟待補救的比率一致。最主要資源班大多數學生為通過層次一未達層次二的「I級」學生，佔資源班85%。換句話說，目前資源班學童最需強化的是層次二的解題思考。資源班三組學童在不同內容的解題反應組型大致相似，「0級」學童整體明顯落後其他兩組，尤其在測量及圖形空間解題的答對概率落後幅度更大，顯示「0級」學童對於測量及圖形空間的相關概念亟待補強，而「I級」學童則在統計圖表相關的解題表現相對的較弱。「II級」學童在各題目內容答對比率皆比常模高，表示這群學生可儘速回歸一般教學。整體而言，小數基本概念的學習對資源班學生可能是較為困難的。

本研究採建立量尺化標準參照測驗題庫的方式，由三年級題庫內56個題目選取30題編輯而成基礎版測驗，初步透過現有三年級資源班為試用樣本，對於測驗的預定功能得到全面合理的肯定。進一步應參酌課程改革的方向擴充豐富題庫內涵，並考慮電腦適性測驗的應用可能，使篩選和診斷的進行更人性、經濟，決定的品質更準確、精緻。