

## 第二章 研究主題背景及有關研究之探討

### 一、九十年代的數學教育方向

六十年代數學教育經過重大的改革，產生「新數學」的改革運動，但是由於內容與生活脫節且不以社會應用為目的，在中小學階段的推行並不是很成功；於是七十年代便提出了「回歸基本」(back to basic)的數學教育方向，重視數學的基本技能。八十年代，全美數學教學協會(National Council of Teacher of Mathematics, NCTM)出版「數學行動大綱」(An Agenda for action)之後，從此以後問題解決便成為數學教育的重心。九十年代的數學教育方向，NCTM(1989)針對社會及學生層面提出如下的新目標。

#### ■社會層面

- 1.養成有數學素養的人(mathematically literate)的人，包括具備運作問題的能力、認識多種技能以處理問題、認識問題的數學性、與人合作解決數學問題的能力、看出數學對一般極複雜情境的應用性、將實際問題以數學方式表達與陳述及相信數學的價值與實用性等。
- 2.強調終身學習。
- 3.每人學習機會均等。
- 4.個人有獲得足夠資料的權利。

#### ■學生層面

- 1.知道數學的可貴。
- 2.對自己的能力感到自信。
- 3.成為數學問題解決者。
- 4.能夠利用數學作為溝通工具。
- 5.學會數學推理。

另外NRC(National Research Council, 1989)也標示出革新的建議，教師與學生在數學學習方面的角色有了新的界定，教師的角色不再是真理的傳輸者，而是引導並協助學生就其經驗領域從事概念組織的歷程。學生不再是被動的知識吸收者，而是積極的數學意義建構者。

我國現行小學數學課程標準，在六十四年八月公佈，並於六十七年八月實施，由於社會及教育潮流的快速變遷，數學課程也面對省思與改革的挑戰。教育部於八十二年九月公佈新的數學課程標準，其總目標如下：

國民小學數學教育目標，在於輔導兒童從日常生活經驗中，獲得有關數學的知識，進而培養有效運用數學方法，以解決實際問題的態度及能力。分述如下：

- (1)養成主動從自己的經驗中，建構與理解數學的概念，並透過了解及評鑑別人解題方式的過程，進而養成尊重別人觀點的態度。
- (2)養成從數學的觀點考慮周遭事物，並運用數學知識與方法解決問題的能力。
- (3)養成以數學語言溝通、討論、講道理和批判事物的精神。
- (4)養成日常生活中善用各類工具從事學習及解決問題的習慣。

新課程有濃厚建構主義的色彩，數學教學明確的以解決問題為核心活動。

在國小數學科課程標準草案的序言中，新課程的精神是以針對下列三項來敘述：(甯自強，民82)

- (1)配合並參與推動民主化社會的趨勢：

新課程以「透過小學數學的學習活動，讓學童養成溝通、協調、講道理、理性批判事物，與容忍不同意見的習慣」作為此項的具體目標。

- (2)落實以兒童為本位的教育理念：

再針對兒童的學習行為部份，一如往常，強調有意義的學習和個別差異，但以往「有意義」的學習是指對兒童有意義的環境，而在決定是否有意義時，往往是由成人決定。在此次課程修訂中，「有意義」專指學童能有「自然想法」一把學童的自然想法看成兒童的意義。個別差異也不同的於以往的僅限於「時間差」，更增加了所謂「路徑差」，即過去只注重學得同一概念時間上的不同，而現在也注意到同一概念上成熟的不同路線。

- (3)切合並領導世界的數學教育潮流：

針對數學圈對於數學教育的看法部份，此次的課程標準修訂採取了「將數學視為解題」的看法，除了認為數學的解題歷程及方式應在教學活動中讓兒童「耳濡目染」外，還特別強調非例行性問題，以養成主動思考問題的習慣。此一精神由於同時配合對兒童本位的教育落實，以及推動參與民主社會的趨勢兩方面的強調，使的此次課程修訂觸及了世界教學數學教育圈中的一項嶄新的領域—數學教育社會學或數學教育人類學—其中的問題：如何透過社會化的歷程促進數學的學習(Steff & Wood, 1990)。教師可透過數學問題的提出，引發兒童解題者的解題活動類型並進一步的抽象成運思的活動；可透過溝通性問題的提出引發兒童群體尋求共識，進而培養兒童的群體解題文化。即教師是「佈題者」學生是「解題者」。(周筱亭，民83)

綜上述關於數學課程的目標及精神，我們將數學課程整理成如下的重點：(引自許永賢，民83；周筱亭，民83)

- (1)視數學為「解題」(Problem Solving)的工具：

「解題」並非只指「文字題」，而是在探討解題中的「策略與方法」。文字題只是練習，用以解釋已教過的概念、技巧或是計算的過程，問題是指一個

人遭遇到了困境，沒有辦法立刻看出解決的方法，需要將許多已知的東西加以組織，運用這些知識找出解法，所以解題的「方法」至少和「答案」是同樣重要的。

(2)視數學為「溝通」(Communication)的工具：

數學符號是一種語言，假如我們要讓兒童用這種語言來與人溝通且能有效的運用數學於日常生活中，那麼，兒童必須覺得數學對他有意義才行。

(3)視數學為「推理」(Reasoning)的工具：

「推理」並非「模仿」，依原方法按本宣科，而是透過問題的了解，由已知的事實、特性和關係，了解其推論中獲得邏輯的模式，分析數學問題，進而確認證實解題過程中的正確性與可靠性，應用在日常生活中，相信數學是有趣味的，有意義的活動。

(4)視數學為「聯結」(Connections)的工具：

「聯結」並非「串聯」的結合，而是一種「轉換」的工夫，「關係」的認同與深化。因為數學畢竟是抽象的概念，如何從具體的世界轉換為數學模式，就是「聯結」的工夫。而且數學概念可用不同的方式表示，因此有必要把各種不同的概念的表示方法或過程互相關聯起來，建立其彼此關係。如具體操作與抽象形式表現的聯結。認識各種不同數學題材之間的關係，或在其他課程或日常生活中使用到數學等。多讓學童有練習聯結的機會。

## 二、數學評量

數學能力或成就的測量應密切配合數學教育的變革，當數學教育從目標產生革命性的變化時，測量的內涵和方式自然不容再以不變應萬變，因此整個數學測驗領域目前也正發生劇烈的變革。一方面測驗是教育訊息搜集的工具，用以了解學生所建構數學意義及建構內涵豐富或轉化歷程的工具 (Webb, & Coxford, 1993)；另一方面，也有人將測驗視為教育改革的一項工具，藉由測驗界定理想與應然，換句話說，以具體的作業 / 題目溝通課程綱領的精義，不管實際教學環境是否已經為學生提供適切的學習經驗。他們認為在教學領域中，怎麼測量就怎麼收穫，所以測驗應充分反應教育中理想目標。Resnick, Briars 及 Lesgold (1992) 就提到真正的教育改革作業不只是在於課程標準的公布，同時在於創造出一個文化，使所有相關人員能為該標準而努力，而對於新課程標準意義的溝通，重要的測驗具有強大的能量，換句話說他們期許測驗協助牽動這一波的改革。在這樣雙重重大任務下，目前數學評量的研究一片蓬勃。1. 目前數學測驗的主要內涵與方式

根據 NCTM 及我國最新公佈的課程目標，優良的數學測驗應能反應 (1) 學

生對數學學習價值的認同，(2) 學生對自己數學能力的信心，(3) 學生問題解決的能力，(4) 學生數學溝通的能力及 (5) 學生數學推理的能力。目前大家對數學教育改革的方向已經形成頗高的共識，大家也同意數學內涵的豐富與複雜，唯有透過多重適切的測量方法纔不致窄化數學的內涵扼殺改革的生機，比較需要長時間投入的專題作業、數學作品集，數學解題說明、小組合作解題、學生自我評鑑及各種正式與非正式的面談都是最近非常受到重視的評量方式。教師們明確的覺識到協助學生提昇其數學探討的冒險性及以民主方式與他人作數學的對話的重要意義，而這些向度訊息的搜集是傳統的測驗所未曾刻意探討的內涵。這裡我們僅就其中最主要的晤談、建構式反應的評定、小組作業及學生的自我評鑑作簡要的討論。

(1)晤談：

主要目的在確切掌握學生的理解。一個答案背後可以有許多不同的邏輯，晤談通常以比較廣泛一般性的問題開始，再依學生反應循序明確特定化。晤談訊息的品質主要取決於晤談者的晤談素養，晤談時間的安排是一項重大的負荷，但是實徵訊息反應，對熱心投入的老師而言，對一兩位學生的晤談可以有利於全班或小組的討論進行，換句話說，晤談對學生而言，是一項具體的尊重，對老師而言是豐富資訊的搜集，因此，對整個教學是項值得的投資。良好的晤談應具備明確的目的，教師應準備充分而適切的問題以彈性運用，同時應提供學生充裕思考時間，並全程作正確而詳細記錄。

(2)建構式問題解決書面歷程的分析性評定：

既然問題解決是新課程的核心活動，它自然也應是評量的焦點，而選擇題式只求答案正確辨識的訊息自然是不能滿足歷程導向，而且強調溝通對談等的新課程理念，所以採開放式題型要求學生作建構式的解題和說明就成為新課程測量必不可少的要素之一。Stiggins 及 Higgins(1992) 建議分析式記分可評定下列四項 (a) 對問題的理解 (b) 數學程序 (c) 解題策略及 (d) 數學溝通。每項類目可採五點量表進行評定。測驗前施測者理應針對各項作業評定的規範事先與學生作充分說明，這項說明強迫測驗釐清評量的目的和重點，同時可具體協助學生內化這些評分標準，換句話說，明晰適切的評分規範也就是教學和測驗目標的具體溝通。當然要想作好這類測驗應有清晰的測驗目的、和評分規範、良好的題目 / 作業設計及適任的評分人員。

(3)小組活動的評量：

小組學習和合作成果的評定是企圖使學習和測驗更貼近實際社會運作情境的需求，既然新課程強調與他人共同學習成長和合作的重要性，測驗就應正視這個向度能力和成果的評鑑。小組活動的安排中作業設計、解題目標和評分

規範說明及小組內分工都是相當重要的成功要素。

#### (4)學生自我評鑑：

培養學生的能力、意願和習慣為自己數學學習的成長作評鑑也是新課程的重要目標之一，學生的自我評鑑將有利於師生在數學教與學的對談，尤其是在情意範疇上，學習的動機和態度與認知層面累積的交互影響幅度絕不容忽視。目前最常採用的方式有數學週記及自我評鑑表等。在數學週記中可以鼓勵學生以文字表達數學概念的意義、成功解題的方式與成就感及釐清學習的情緒和困擾等，當然對學生投入的程度予以適切的評分及提供了解、尊重與支持性的回饋也都是這項評鑑成功的必要成份。

### 三、標準參照

近年來，「標準參照測驗」(criterion-referenced tests, CRT, 又譯作效標參照測驗)的發展甚為迅速，使用日趨普遍。國內各級學校鑑於常模參照可能的傷害和限制及逐漸重視「個別化教學」，採用標準參照測驗的機會也日漸增多。所謂「標準參照測驗」通常是指參考界定具體明細的教學目標來編製測驗，以測量學生是否已「精熟」某特定教材，或是否已「通過」教師所定的「絕對標準」。只有已達既定通過分數者，才可進入下一階段的學習；如果沒有通過，就必需再加強本階段教材之學習。標準參照測驗的主要觀點如下：

1. 教育制度要能適應學生學習速度的個別差異，也就是採取個別化教學，使每個學生均有充分的時間與機會來精熟教材內容。
2. 如果能提供充分的時間及多樣化的教學方式，則所有的學生均能精熟大部份的教材內容。
3. 測驗是用來比較各個學生本身在不同教學目標之進步情形，而非用來和其他學生作比較。
4. 測驗分數應依據一個特定的通過(或精熟)分數來解釋測驗之結果。

上述觀點遠較強調與他人比較之常模參照測驗更為教育導向。對教師與學生也更具積極鼓勵之意義。此種測驗之概念與方法頗值推廣。

除了各級學校本身逐漸採用標準參照的教學評量外，大規模的基本能力測驗也日漸受到重視。此種基本能力測驗在性質上屬於標準參照測驗，主要目的有三：(1)了解各學校之教學成效，(2)給予畢業文憑之依據，(3)提供補救教學方案的參考。

根據 Piph0(1984)的調查，美國50州中，有40州至少在某一一年級實施基本能力測驗。在實施此種測驗的40州中，有21州採用全州性的通過標準，10州由地方

學區決定通過標準，有7州結合州和地方政府共同決定，另2州沒有一致的通過標準。

40州中，有19州使用基本能力測驗來作為授予中學文憑之依據，另有3州給予地方學區有使用基本能力測驗結果作為中學畢業許可的選擇權。有14州（超過三分之一）根據測驗結果提供補救教學方案(remedial education programs)。

測驗的年級範圍，雖然包括整個初等教育及中等教育所有各年級（從幼稚園至12年級）。不過，大多數的州(22州)是在11或12年級(或這二個年級)普遍施測。

除美國之外，尚有不少國家實施大規模的基本能力測驗，如澳洲新南威爾斯政府於1989年實施的基本能力測驗方案(The Basic Skills Testing Program, BSTP)，其對象為公立小學3年級及6年級學生，測試的科目為語文(包括閱讀與語言)和數學成就(包括數字、測量與空間)，測試後有個別學生表現情形的詳盡分析報告提供給學生、家長、教師和決策單位參考。該測驗在作業設計力求實際有趣，並且發展出可以光學閱讀計分的新式題型，採用IRT進行項目分析和參數的量尺化，該計劃所界定的基本能力不是低階基礎的生存技能而是學校課程的核心部份，即學校學習的最重要知能，同時他們也進一步將每一個評量變項進步細分為幾個認知的層次。

國內雖然還沒有實施大規模的基本能力測驗方案，但已了解此種測驗方案之重要性，目前已進入準備階段。教育部於八十一年底實施大規模的基本評量工作，分別由臺中師範學院及國立臺灣師範大學負責國小組及國中組，擇定國小五年級及國中二年級的學童為研究對象，施測國語、數學(國小)、國文、數學、英文(國中)等科，以期對國民教育階段學童學習的狀況有通盤的了解，以作為進一步改革的參考或依據。

要做好基本能力評估，必須要有良好的測量工具與實施計畫，目前部份先進國家所採用的工具及施測計畫有些確有借鏡的功能。其中尤以澳洲所實施的基本能力測驗更具參考價值。我們參考國外現有的這些方案，斟酌國內目前特殊兒童篩選的需求，同時考慮數學教育變革中的主要趨勢，擬發展一個國小三至六年級數學科題目參數量尺化之題庫，題庫之內題目除了具備量尺化難度參數外，尚有認知層次的歸類，這項歸類配合教學內容，使層次的溝通具有教學意義。換句話說，如果某生精熟層次二而層次三未達精熟，那麼藉由認知層次的描述，師生都能具體掌握學生學會哪些項目，另有哪些領域有待補強。

基本能力測驗屬於標準參照測驗，大多數基本能力測驗均設定一個通過標準，作為解釋測驗分數之依據。本研究也涉及通過標準之設定，因此，有必要對通過標準設定方法稍作探討。設定通過標準的方法已有數拾種之多。Hambleton和Eignor於1980年對標準設定方法加以探討，他共列出了18種不同的方法。

其後的文獻探討 (Berk, 1984; Shepard, 1980) 又加了幾種前述方法之變形, 以及少數新的方法 (Berk, 1986)。為了協助使用者了解這些方法之內涵, 有很多學者嘗試對這些方法加以分類。Meskauskas(1976) 建議將所有方法區分為狀態模式 (state models) 和連續模式 (continuum models) 兩大類。狀態模式假定所測量的特質或能力是二分的 (binary) 變項; 也就是只有「全有」或「全無」兩種情形, 不可能有「部分」能力或部分「精熟」。如果使用狀態模式來設定通過標準, 而且所使用的測驗是完全可靠的和有效的, 那所設定的通過標準就是「滿分」。但是因為所有測量均有某種程度的誤差, 因此所設定的通過標準自然就低於滿分。連續模式是假定所測量的特質或構念 (construct) 是連續的變項, 通過標準之設定, 就是在連續分佈的能力或特質之上段界定一區, 受試者之能力或特質如果等於或超過此區之低限, 即為「精熟者」。

Hambleton 和Eignor(1980) 更進一步將連續模式細分為三類: 即判斷模式 (judgment models)、實徵模式 (empirical models) 和組合模式 (combination models)。屬於判斷模式的那些方法, 需要對能力測驗的內容加以判斷(如試題難度)。屬於實徵模式的那些方法需直接判斷受試的能力水準。組合模式需判斷受試在該測驗題目領域所測量之能力上的表現。雖然判斷受試的能力是組合模式之主要焦點, 但是所判斷的能力領域限於測驗內容所測量者。

Jaeger(1989)認為「判斷模式」和「實徵模式」之分類方法, 容易產生誤導。因為所有的標準設定方法均需要「判斷」, 只是判斷的焦點和程序不同而已。他建議將連續模式區分為「測驗中心模式」(test-centered models)和「受試中心模式」(examinee-centered models)兩類。

實際設定通過標準的方法很多, 吳裕益(民 76年)曾有詳細的介紹。不過由於各種方法之理論基礎不同, 而且很難有適當的效標來考驗各種方法的效度, 因此, 到目前為止, 仍然沒有普遍被接受的方法。本研究嘗試兼顧課程目標、預試實徵統計資料、及實際運用簡易原則來設定各思考層次的通過標準, 但是此項標準只提供作為解釋測驗結果之參考, 不是一項絕對不變的設定。比如說較低認知層次由於是各項數學運作的基礎, 而且這些運作唯有相當程度的自動化能有足夠的注意和能量將焦點放在新情境中特異的因素考慮, 因此, 使用者可以將低階層次的必要答對概率提高到 0.85, 反之愈高階的運作內容的異質性可能愈高, 只要精熟某些作業學生的成就就可被肯定, 因此可降低其答對概率的期許。

鑑於成就測驗學習經驗強烈依賴的本質, 我們更企圖提供連續模式的充分訊息, 必要時, 使用者可根據其城鄉或特殊學習經驗的考慮自行彈性調整通過標準的適切點。